



Άλγεβρα Β' Λυκείου

Κεφάλαιο 3

Τριγωνομετρία

Παράγραφος 3.3

Αναγωγή στο 1ο Τεταρτημόριο



Ασκήσεις

numerica.

A . L i a p i s

Προτεινόμενες Ασκήσεις

44. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

i) -30° ii) 120° iii) $\frac{5\pi}{4}^{\text{rad}}$.

45. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

i) $\frac{11\pi}{4}^{\text{rad}}$ ii) $\frac{7\pi}{3}^{\text{rad}}$ iii) $\frac{-23\pi}{6}^{\text{rad}}$.

46. Να αποδείξετε ότι:

i) $\eta\mu 120^\circ \cdot \eta\mu 135^\circ \cdot \eta\mu 150^\circ = \frac{\sqrt{6}}{8}$ ii) $\epsilon\phi 210^\circ \cdot \epsilon\phi 225^\circ \cdot \epsilon\phi 240^\circ = 1$.

47. Να αποδείξετε ότι:

i) $\eta\mu^2 \frac{\pi}{5} + \eta\mu^2 \frac{3\pi}{10} = 1$ ii) $1 + \epsilon\phi \frac{\pi}{7} \epsilon\phi \frac{9\pi}{14} = 0$.

48. Να αποδείξετε ότι:

i) $\eta\mu 450^\circ + \epsilon\phi 190^\circ + \sigma\phi 80^\circ = 1 + 2\epsilon\phi 10^\circ$
 ii) $\eta\mu 220^\circ + 2\sigma\upsilon\nu 50^\circ + \epsilon\phi 240^\circ = \sqrt{3} + \eta\mu 40^\circ$.

49. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $\sigma\upsilon\nu 120^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 135^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 150^\circ$ ii) $\epsilon\phi 120^\circ \cdot \epsilon\phi 135^\circ \cdot \epsilon\phi 150^\circ$.

50. Δίνεται ότι

$$\epsilon\phi 75^\circ = 2 + \sqrt{3}.$$

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

i) $\sigma\phi 75^\circ$ ii) $\sigma\phi 15^\circ$ iii) $\epsilon\phi 15^\circ$.

51. Να αποδείξετε ότι:

i) $\eta\mu\omega + \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) + \eta\mu(\pi + \omega) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right) = 0$

ii) $\frac{\eta\mu(\pi + \omega) - 1}{\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega)} + \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right)}{1 + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)} = 0$.

52. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

$$\text{i) } \eta\mu(\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sigma\upsilon\nu(2\pi - x) \cdot \eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$\text{ii) } 1 - \varepsilon\varphi(\pi - x) \cdot \varepsilon\varphi(\pi + x) = \frac{1}{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(18\pi + x)}.$$

53. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } \eta\mu^2 \frac{\pi}{8} + \eta\mu^2 \frac{3\pi}{8} = 1$$

$$\text{ii) } \varepsilon\varphi\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) = 1.$$

54. Να αποδείξετε ότι

$$\frac{\varepsilon\varphi(\pi + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot \eta\mu(\pi + \theta)}{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\theta - 2\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} = 1$$

55. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύουν οι σχέσεις:

$$\text{i) } \eta\mu(B + \Gamma) = \eta\mu A$$

$$\text{ii) } \varepsilon\varphi \frac{B + \Gamma}{2} = \sigma\varphi \frac{A}{2}$$

$$\text{iii) } \sigma\upsilon\nu(2A + B + \Gamma) + \sigma\upsilon\nu A = 0.$$

56. Αν ισχύει η σχέση $\alpha - \beta = \pi$, να αποδείξετε ότι

$$\eta\mu(\alpha + \gamma) \cdot \eta\mu(\alpha + \delta) = \eta\mu(\beta + \gamma) \cdot \eta\mu(\beta + \delta).$$

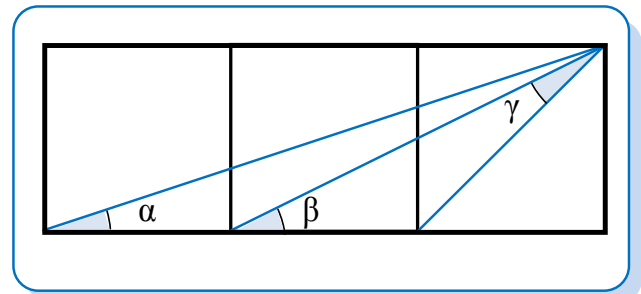
57. Στο διπλανό σχήμα έχουμε τρία τετράγωνα πλευράς 1 και τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.

i) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

$$\varepsilon\varphi\alpha, \varepsilon\varphi\beta \text{ και } \varepsilon\varphi\left(\gamma + \frac{\pi}{4}\right).$$

ii) Να αποδείξετε ότι $\hat{\beta} + \hat{\gamma} = \frac{\pi}{4}$.

iii) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\beta = \sigma\upsilon\nu 2\gamma$.





numerica.

A . L i a p i s