



Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Εξισώσεις

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 3.1

Εξισώσεις 1ου Βαθμού



Ασκήσεις

numerica.

A . L i a p i s

Ασκήσεις για Λύση

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $3x + 2(5x - 1) = 4x + 7$

ii) $\frac{2-x}{5} + \frac{x+4}{3} = \frac{3x+4}{15} + \frac{8}{5}$

iii) $\frac{x-1}{3} + \frac{x-3}{6} = \frac{x+1}{2}$

iv) $\frac{3x}{10} + \frac{x-5}{5} = \frac{x}{2} - 1.$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $x^3 - 4x = 0$

ii) $(x+1)(x^2 - 25) = 3(x-5)(x+1)$

iii) $x^3 - 4x = \sqrt{2}(x^2 - 4)$

iv) $(x-1)(x+3) - (2x-3)^2 = (1-x)(x-6).$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $x(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

ii) $(x^2 - 4)(x-1) = (x^2 - 1)(x-2)$

iii) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

iv) $x^3 - 2x^2 - (2x-1)(x-2) = 0.$

4. Δίνεται η εξίσωση

$$x(x+1)^2 = 2x^2 + \alpha x + 2, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε:

i) να βρείτε την τιμή του α

ii) να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\frac{6}{x+2} + \frac{x+2}{2-x} = \frac{x^2}{4-x^2}$

ii) $\frac{1 + \frac{1}{x}}{1-x} = \frac{2-x}{1+x}.$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2 - x}$

ii) $\frac{x+1}{x^2 - 1} + \frac{2}{x^2 - 2x + 1} = 0.$

7. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\kappa \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι παρακάτω εξισώσεις είναι ταυτότητες:

i) $\kappa^2(x-1) = x - 4\kappa + 3$ ii) $\kappa^2(x-1) - \kappa(2x-5) = 6.$

8. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\alpha \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι παρακάτω εξισώσεις είναι αδύνατες:

i) $\alpha^2(x+1) = x - 4\alpha + 5$ ii) $\alpha^2(x+1) - \alpha(2x+5) = -4.$

9. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση

$$(\lambda - 3)x = \lambda^2 - 9$$

να έχει μοναδική ρίζα την $x = 0$.

10. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) $(\lambda - 4)x = \lambda - 4$

ii) $\lambda(x - 1) = x$

iii) $(\lambda^2 - \lambda)x = \lambda - 1$

iv) $(\lambda^2 - 1)x + 2\lambda - 3 = \lambda^2 + 3(x - 1).$

11. Αν η εξίσωση

$$\mu^2(x-1) = 2(2x-\mu), \mu \in \mathbb{R}$$

είναι ταυτότητα, τότε:

i) να βρείτε την τιμή του μ

ii) να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$\mu^2(x-1) - \mu(5x-1) + 6x = 0$$

είναι αδύνατη.

12. Δίνεται η εξίσωση

$$\lambda^2(x-\lambda) + 2\lambda(x-1) = 0, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση:

i) είναι ταυτότητα

ii) έχει μοναδική ρίζα την $x = 1$.

13. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$(x - 3\beta)^2 + 4\alpha x = (x + \alpha)^2$$

έχει λύση για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

14. Δίνεται η εξίσωση

$$\frac{x-6}{94} + \frac{x-2}{98} = \frac{x-94}{6} + \frac{x-98}{2}.$$

- i) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 100 είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης.
- ii) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 50 δεν είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης.
- iii) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

15. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\frac{x}{27} + \frac{x-1}{23} + \frac{x+1}{31} = \frac{2}{27} + \frac{1}{23} + \frac{3}{31}$

ii) $\frac{x}{100} + \frac{x-1}{300} + \frac{x-3}{500} = \frac{3}{100} + \frac{2}{300}$.

16. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|5x - 2| = 8$

ii) $|2x + 1| = 0$

iii) $|4x - 3| + 7 = 0$

iv) $2(|x - 5| - 3) = 4$.

17. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x - 3| - 4 = 0$

ii) $||x + 1| + 1| = 4$

iii) $|2x - 3| - |6 - 4x| + |6x - 9| = 8$

iv) $|3x + 7| + 1 = 0$.

18. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x - 1| = |x - 3|$

ii) $|x - 2| = 2|x + 1|$

iii) $|4|x| - 3| = 9$

iv) $\left| \frac{5x}{|x| + 3} \right| = 3$.

19. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} \quad \frac{|3x|}{4} + \frac{|2x|-1}{3} = |-x|$$

$$\text{ii)} \quad \frac{|x-2|-3}{5} = \frac{2|2-x|-3}{10} + 1.$$

20. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} \quad |x^2 - 1| + |x + 1| = 0$$

$$\text{ii)} \quad |x - 2| + (x^2 - 3x + 2)^2 = 0.$$

21. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} \quad ||x| - x| + ||x| + 8| = 8$$

$$\text{ii)} \quad (|x| - x)^2 + (x^2 - 4)^2 = 0.$$

22. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} \quad |5x - 2| = 3x + 2$$

$$\text{ii)} \quad |x + 1| = 2x - 2$$

$$\text{iii)} \quad 2|x - 1| + x - 3(x - 1) = 1$$

$$\text{iv)} \quad 2|3x - 4| + 2(x + 3) = 1 - x.$$

23. Έστω πραγματικός αριθμός x τέτοιος, ώστε

$$\frac{2}{|x - 2|} = \frac{x}{|x|}, \quad x \neq 0 \quad \text{και} \quad x \neq 2.$$

i) Να αποδείξετε ότι $x > 0$.

ii) Να βρείτε τον x .

24. Δίνεται πραγματικός αριθμός $x \neq 0$ για τον οποίο ισχύει η σχέση

$$\frac{x^2 + 4}{x} = |x| - x + 4.$$

i) Να αποδείξετε ότι $|x| - x + 4 > 0$.

ii) Να αποδείξετε ότι $x > 0$.

iii) Να βρείτε τον x .

25. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i)} \quad |x + |x + 1|| = |x + 1|$$

$$\text{ii)} \quad |x| = |1 - x - |x||.$$

26. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|4 - |x|| = \sqrt{x^2}$

ii) $\sqrt{x^2 - 14x + 49} = ||x - 7| - 8|$.

27. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|\sqrt{x^2} - x| = 1 - x$

ii) $|x - 2 - \sqrt{x^2 - 4x + 4}| = 6 - x$.

28. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x - |x - 2|| = 2$

ii) $|\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{4x^2 + 4x + 1}| = |x + 1|$.

29. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x + |x - 1|| = x - |x|$

ii) $||x + 2| - |2x - 1|| = |2 - 4x|$.

30. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x - |x + 5|| = 5$

ii) $||x + 1| - 1| = x - 1$.

31. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x| + |x + 1| = x - 1$

ii) $\left|x - \frac{15}{4}\right| + \left|x - \frac{11}{3}\right| = x - 4$.

32. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\sqrt{x^2 + 5} = |x - 5|$

ii) $|2x - 1| = \sqrt{1 + 4x^2}$.

33. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\sqrt{x^2 + 3|x|} = |x - 1|$

ii) $\sqrt{4|x| + x^2} = |2 - x|$.

34. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$:

i) $\sqrt{x^2 + 1} = |x - \alpha|$

ii) $\sqrt{(x - \alpha)^2 + 2\alpha^2} = |x - 2\alpha|$.



numerica.

A . L i a p i s