Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Εξισώσεις

Διαγωνίσματα

numerica.

A. Liapis

Διαγώνισμα

Θέμα Α

Α1. Δίνεται η εξίσωση

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0\,,\ \text{με}\ \ \alpha \neq 0\,.$$

Αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες.

Α2. Τι ονομάζουμε διακρίνουσα της εξίσωσης

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad \alpha \neq 0;$$

Α3. Ποιες εξισώσεις ονομάζονται διτετράγωνες;

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση

$$x^\nu = \alpha,$$

με $\alpha > 0$ και ν περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μία λύση, την $\sqrt[\nu]{\alpha}$.

β) Η εξίσωση

$$x^\nu = \alpha,$$

με $\alpha > 0$ και ν άρτιο φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς δύο λύσεις, τις

$$\sqrt[\nu]{\alpha} \quad \text{και} \quad -\sqrt[\nu]{\alpha}\,.$$

γ) Η εξίσωση

$$x^\nu = \alpha,$$

με $\alpha < 0$ και ν περιττό φυσικό αριθμό, είναι αδύνατη.

δ) Η εξίσωση

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma, \ \ \alpha \neq 0$$

έχει δύο ρίζες πραγματικές άνισες αν και μόνο αν ισχύει

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0.$$

ε) Αν η εξίσωση

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad \alpha \neq 0$$

έχει πραγματικές ρίζες x_1 και x_2, τότε

$$x_1 + x_2 = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Θέμα Β

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι, ώστε

$$\alpha+\beta=\frac{5}{2} \quad \text{και} \quad 4\alpha^3\beta+8\alpha^2\beta^2+4\alpha\beta^3=25..$$

Β1. Να αποδείξετε ότι $\alpha\beta=1$.

Β2. Να κατασκευάσετε εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α και β.

Β3. Να βρείτε τους αριθμούς α και β.

Β4. Να λύσετε την εξίσωση $2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-5\left(x+\frac{1}{x}\right)+2=0$.

Θέμα Γ

Δίνεται η εξίσωση

$$\left|x^5+\alpha\right|=\left|x^5-4x^3-\alpha\right|, \quad \text{με} \quad \alpha\in\mathbb{R}.$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 0 για κάθε $\alpha\in\mathbb{R}$.

Γ2. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζα και τον αριθμό 1, τότε:

α) να αποδείξετε ότι $\alpha=-2$

β) να λύσετε την εξίσωση.

Θέμα Δ

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2-x+\left(\lambda-\lambda^2\right)=0, \quad \text{με } \lambda\in\mathbb{R}.$$

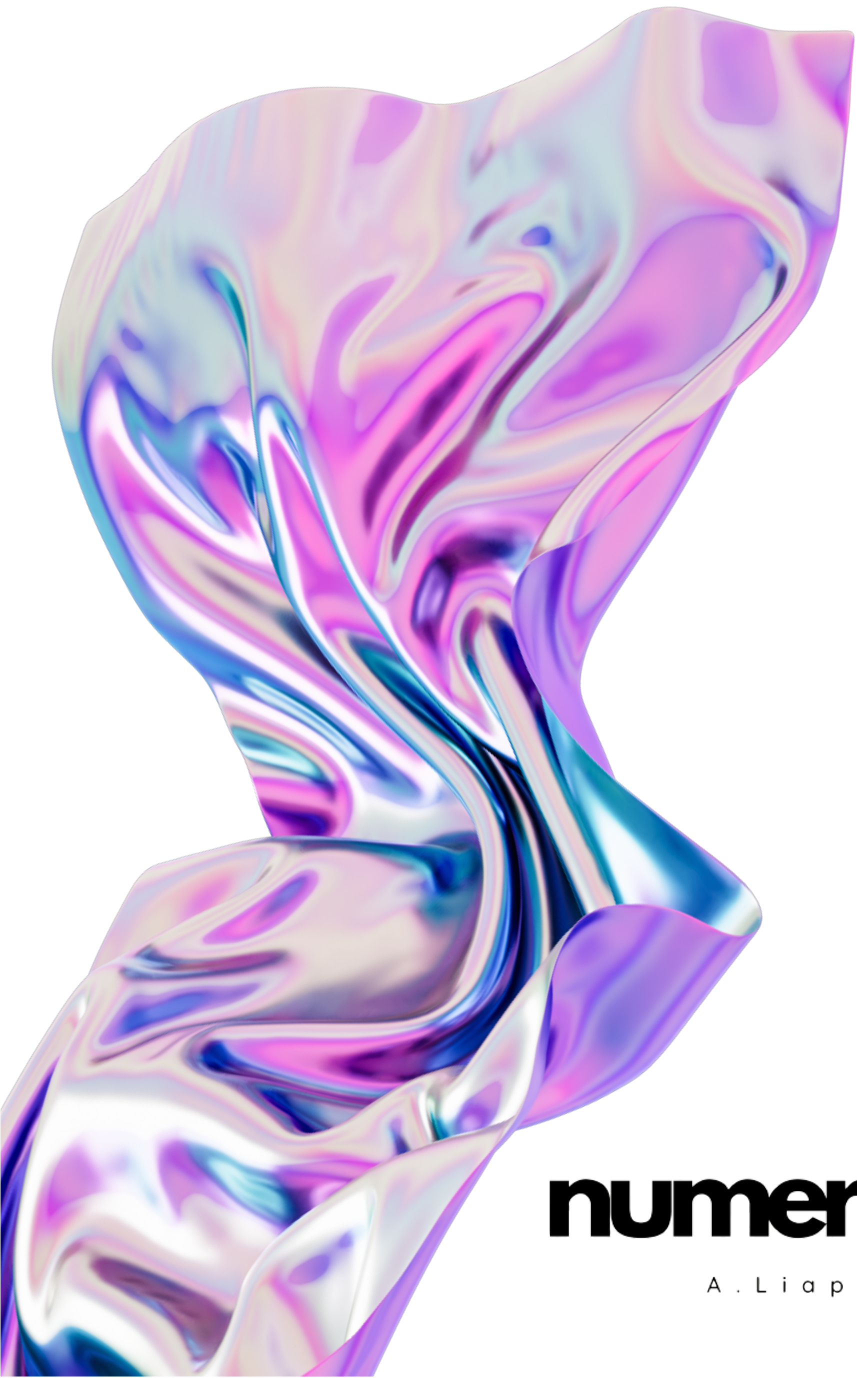
Δ1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

Δ2. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει διπλή ρίζα, να βρείτε την τιμή του αριθμού λ και τη ρίζα της εξίσωσης.

Δ3. Αν η παραπάνω εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες x_1, x_2 τέτοιες, ώστε

$$\left(x_1-1\right)\left(x_2-1\right)=-12$$

να υπολογίσετε τις τιμές του αριθμού λ.



numerica.

A. Liapis