



# Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Πρόοδοι

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 5.2

Αριθμητική Πρόοδος



Ασκήσεις

**numerica.**

A . L i a p i s



**Ασκήσεις για Λύση**

5. Να βρείτε το  $n$ -οστό όρο των αριθμητικών προόδων:

i)  $5, 8, 11, \dots$

ii)  $12, 7, 2, \dots$

6. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  ισχύουν οι σχέσεις

$$a_7 = 23 \quad \text{και} \quad a_{10} = 32.$$

Να βρείτε:

i) τον πρώτο όρο  $a_1$  και την διαφορά  $\omega$  της προόδου

ii) τον εικοστό όρο  $a_{20}$  της προόδου

iii) ποιος όρος της προόδου ισούται με 26.

7. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  ισχύουν οι σχέσεις

$$a_4 = 2a_2 + 1 \quad \text{και} \quad a_5 + a_8 = 50.$$

Να βρείτε:

i) τον πρώτο όρο  $a_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου

ii) τον ενδέκατο όρο  $a_{11}$  της προόδου

iii) ποιος όρος της προόδου ισούται με 35.

8. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  ο πρώτος όρος της  $a_1$  και η διαφορά  $\omega$  είναι ρίζες της εξίσωσης

$$x^2 - 11x + \kappa = 0,$$

όπου  $\kappa$  ένας σταθερός πραγματικός αριθμός.

i) Να βρείτε τον δεύτερο όρο  $a_2$  της προόδου.

ii) Αν ο τέταρτος όρος της προόδου είναι ο  $a_4 = 15$ , να βρείτε:

α) τους αριθμούς  $a_1$  και  $\omega$

β) τον αριθμό  $\kappa$ .

9. Τρεις αριθμοί έχουν άθροισμα 21 και γινόμενο 91. Να βρείτε αυτούς τους αριθμούς αν είναι γνωστό ότι αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

**10.** Τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν η υποτείνουσα του ορθογωνίου έχει μήκος 5, να βρείτε τα μήκη των κάθετων πλευρών.

**11.** Αν οι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί

$$\beta + \gamma, \quad \alpha + \gamma, \quad \alpha + \beta$$

είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**12.** Οι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να αποδείξετε ότι:

**i)** οι αριθμοί

$$\alpha^2 - \beta\gamma, \quad \beta^2 - \alpha\gamma \quad \text{και} \quad \gamma^2 - \alpha\beta$$

είναι επίσης διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου

**ii)** αν ισχύει η σχέση

$$\alpha + \beta + \gamma = 1,$$

τότε οι δύο παραπάνω αριθμητικές προόδοι έχουν την ίδια διαφορά.

**13.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  έτσι, ώστε οι αριθμοί

$$-2, \quad \alpha, \quad \beta \quad \text{και} \quad 7$$

να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

**14.** Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  ισχύουν οι σχέσεις

$$\alpha_7 = 2x + 9, \quad \alpha_8 = 4x + 4 \quad \text{και} \quad \alpha_9 = 5x - 1.$$

Να βρείτε:

**i)** τον πραγματικό αριθμό  $x$

**ii)** τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου

**iii)** τον δωδέκατο όρο  $\alpha_{12}$  της προόδου.

**15.** Δίνεται η αριθμητική πρόοδος

$$1, \quad 4, \quad 7, \quad \dots$$

**i)** Να βρείτε ποιος όρος της προόδου ισούται με 58.

**ii)** Να βρείτε τον πρώτο όρο της προόδου που υπερβαίνει τον αριθμό 300.

16. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος

$$2, 7, 12, \dots$$

i) Να αποδείξετε ότι

$$\alpha_v = 5v - 3 \quad \text{για κάθε } v \in \mathbb{N}^*.$$

ii) Να βρείτε τον όρο  $\alpha_v$  της προόδου για τον οποίο ισχύει η σχέση

$$v(\alpha_v - 4v) < 5(v - 3).$$

17. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_v)$  ισχύουν οι σχέσεις

$$\alpha_2 + \alpha_7 = 22 \quad \text{και} \quad \alpha_4 + \alpha_{10} = 42.$$

Να βρείτε:

i) τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου

ii) τον τελευταίο όρο της προόδου που είναι μικρότερος από τον αριθμό 797.

18. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $(\alpha_v)$  της οποίας ο τέταρτος όρος είναι ίσος με 10 και ο πέμπτος ίσος με 16.

i) Να βρείτε τη διαφορά  $\omega$  και τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  της προόδου.

ii) Να βρείτε τον πενήκοστο όρο  $\alpha_{50}$  της προόδου.

19. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_v)$  έχουμε

$$\alpha_{11} = 4 \quad \text{και} \quad \alpha_{19} = 20.$$

i) Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου.

ii) Να αποδείξετε ότι  $\alpha_{20} + \alpha_{60} = \alpha_{30} + \alpha_{50}$ .

20. Σε μια αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_v)$  ισχύουν οι σχέσεις

$$\alpha_{10} = -25 \quad \text{και} \quad \alpha_{15} = 4\alpha_5.$$

Να βρείτε:

i) τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  και τη διαφορά  $\omega$  της προόδου

ii) τους τρεις διαδοχικούς όρους της προόδου που έχουν άθροισμα  $-39$ .



**numerica.**

A . L i a p i s