



# Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 6.1

Η Έννοια της Συνάρτησης



Ασκήσεις

**numerica.**

A . L i a p i s



## Ασκήσεις για Λύση

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \frac{4x+5}{x^2+2x-8}$

ii)  $f(x) = \frac{x+2}{|x^2-1|-3}$

iii)  $f(x) = \frac{x^2+1}{|2x+9|-|x|}$

iv)  $f(x) = \frac{3x+1}{|x|-\sqrt{x}}$ .

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-4}$

ii)  $f(x) = \frac{1}{x^4-2x}$

iii)  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x^2+3}{x^2+x-6}$

iv)  $f(x) = \frac{3-x}{|2x-1|-|x|}$ .

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \frac{x}{x^2+x-2} + \frac{1}{x-3}$

ii)  $f(x) = \frac{x+1}{|x-3|-2}$

iii)  $f(x) = \frac{x^2+3}{|x-2|-|x|}$

iv)  $f(x) = \frac{2x^2-x+1}{|3x-1|-2x}$ .

4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$

ii)  $f(x) = \sqrt{2-|x|}$

iii)  $f(x) = \sqrt{2x^2-x+1}$

iv)  $f(x) = \sqrt{6-|x|} - \sqrt{|x|-2}$ .

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$

ii)  $f(x) = \sqrt{x^2+2x-8}$

iii)  $f(x) = \sqrt{7+6x-x^2}$

iv)  $f(x) = \sqrt{4x-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ .

6. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$

ii)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}}$

iii)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$

iv)  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

7. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1, & \text{αν } x < 2 \\ x^2 - 5x, & \text{αν } x \geq 2. \end{cases}$$

Να βρείτε τις τιμές

$$f(-2), f(1), f(2) \text{ και } f(5).$$

8. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{αν } 0 \leq x < 3 \\ x^2 - 5x + 5, & \text{αν } x \geq 3 \end{cases}$$

Να βρείτε:

i) το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$

ii) τις τιμές του  $x \in A$  για τις οποίες ισχύει η σχέση  $f(x) = 1$ .

9. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}, \quad x \geq 0.$$

Να αποδείξετε ότι

$$f(0) = f(1) + f(2) + f(3).$$

10. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^3 + 1, & \text{αν } x < 0 \\ x^2 + \beta x - 2, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$$

όπου  $\alpha, \beta$  σταθεροί πραγματικοί αριθμοί, για την οποία ισχύουν

$$f(-2) = \alpha - 8 \text{ και } f(3) = 13.$$

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

ii) Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$ .

- iii) Να υπολογίσετε τις τιμές  $f(-3)$ ,  $f(0)$  και  $f(2)$ .
- iv) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 1$ .

11. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{2 - x}.$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 2$ .

12. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - \alpha}{x + \alpha}$$

όπου  $\alpha$  σταθερός πραγματικός αριθμός, τέτοια, ώστε  $f(1) = 1$ .

- i) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = -3$ .
- ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$  και να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2x - 1$  για κάθε  $x \in A$ .
- iii) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) > 0$ .

13. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 - 5|x|}{|x| - 5}.$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = |x|$  για κάθε  $x \in A$ .
- iii) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = |2x - 15|$ .

14. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x}.$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) \leq 0$ .

15. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1} - |x|}.$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x) = 0.$$

16. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 3 \\ x^2 - 3x, & 3 \leq x \leq 8. \end{cases}$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x) = x.$$

17. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 2 \\ x^2 - 9, & x > 2 \end{cases}$$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\Pi = f(-3) + f(0) + f(4) - |f(-2)|.$$

- iii) Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x) = 0.$$

18. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = -x^2 + x - 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- i) Να βρείτε τις τιμές  $f(-x)$  και  $f(x-1)$ .
- ii) Να λύσετε την εξίσωση

$$2f(-x) - f(x-1) = 1.$$

19. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) Να αποδείξετε ότι

$$f(2-x) = 2x^2 - 5x + 3 \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

ii) Να λύσετε:

α) την εξίσωση

$$f(x) = f(2-x)$$

β) την ανίσωση

$$f(x) + f(2-x) > 0.$$

20. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^2 - x + \alpha, \quad x \in \mathbb{R}$$

και

$$g(x) = 4x^2 - \alpha x + 4, \quad x \in \mathbb{R}$$

όπου  $\alpha$  πραγματικός αριθμός, για τις οποίες ισχύει η σχέση

$$f(2) = g(1).$$

i) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 3$ .

ii) Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x) = g(x).$$

iii) Να λύσετε την ανίσωση

$$f(2x+1) \leq g(x).$$

21. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 + \frac{2}{x^3}, \quad x \neq 0.$$

i) Να αποδείξετε ότι

$$f(-x) = -f(x) \quad \text{για κάθε } x \neq 0$$

ii) Να λύσετε την εξίσωση

$$2f(x) + f(-x) = 3.$$



**numerica.**

A . L i a p i s