



Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 6.4

Η Συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$



Ασκήσεις

numerica.

A . L i a p i s

Ασκήσεις για Λύση

59. Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή των παραβολών:

i) $y = -\frac{1}{2}x^2$

ii) $y = x^2 + 1$

iii) $y = x^2 - 4x + 3$

iv) $y = -x^2 - 2x + 8.$

60. Να βρείτε το πλήθος των κοινών σημείων του άξονα $x'x$ με τις παραβολές:

i) $y = -3x^2 - 7x + 5$

ii) $y = -2x^2 + 5x + 21$

iii) $y = 9x^2 - 12x + 4$

iv) $y = -x^2 + 2x - 6.$

61. Δίνονται οι παραβολές

$$c_1 : y = x^2 - 10x + 3 \quad \text{και} \quad c_2 : y = -x^2 - 2x + 3.$$

- i) Να αποδείξετε ότι οι δύο παραβολές τέμνουν τον άξονα $y'y$ στο ίδιο σημείο.
- ii) Να βρείτε τα κοινά σημεία των δύο παραβολών.
- iii) Να βρείτε τις κορυφές των δύο παραβολών.

62. Δίνεται η παραβολή

$$y = x^2 + (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R},$$

η οποία εφάπτεται στον άξονα $x'x$. Να βρείτε:

- i) την τιμή του λ
- ii) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής
- iii) την κορυφή της παραβολής.

63. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - 6|x| + 5, \quad x \in \mathbb{R}.$$

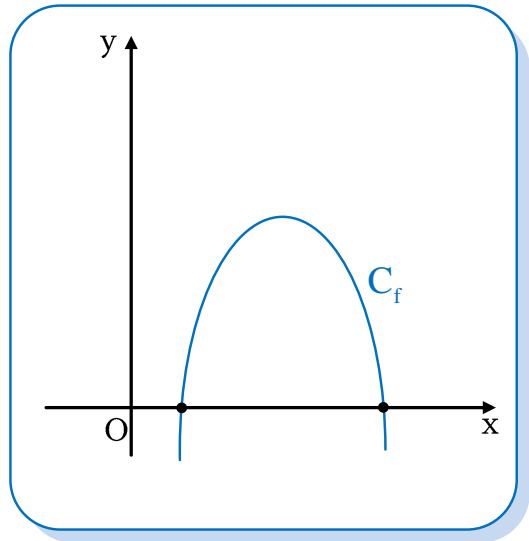
- i) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
- ii) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

64. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad x \in \mathbb{R}$$

όπου a, β, γ σταθεροί πραγματικοί αριθμοί. Να βρείτε:

- i) το πρόσημο του a
- ii) το πρόσημο των β και γ
- iii) τον άξονα συμμετρίας της C_f αν ισχύει $\beta = -4a$.

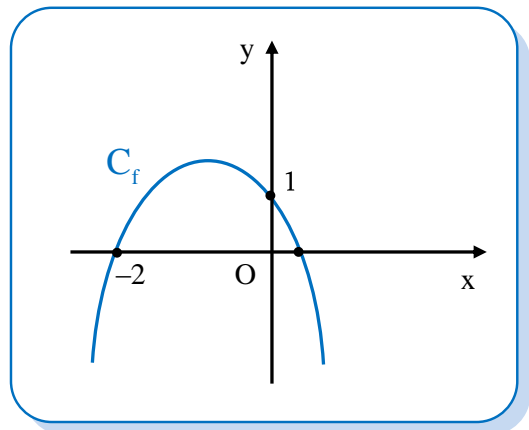


65. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ενός τριωνύμου

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma.$$

- i) Να βρείτε την τιμή του γ .
- ii) Να αποδείξετε ότι $\beta^2 > 4a$.
- iii) Να αποδείξετε ότι

$$\beta = 2a + \frac{1}{2}.$$



66. Δίνεται η παραβολή

$$y = x^2 + \beta x + \gamma,$$

η οποία δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$, ενώ έχει δύο κοινά σημεία με την ευθεία $y = 2$. Να αποδείξετε ότι:

$$4\gamma - 8 < \beta^2 < 4\gamma.$$

67. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ενός τριωνύμου

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma.$$

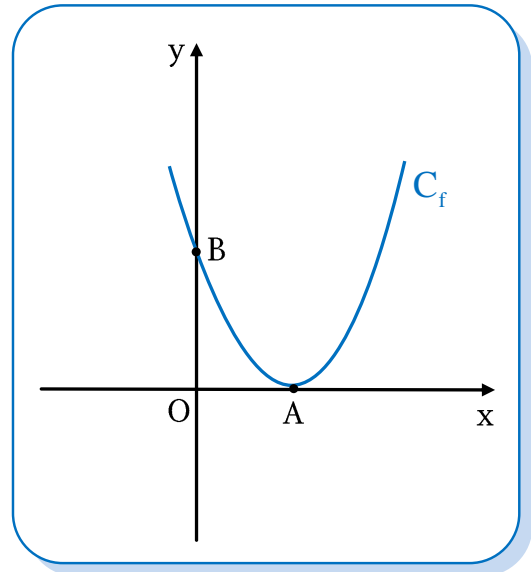
Τα σημεία A και B ανήκουν επίσης στη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$g(x) = -x^2 + 9.$$

- i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.
- ii) Να προσδιορίσετε την τιμή του γ .
- iii) Να αποδείξετε ότι

$$\beta^2 = 36a.$$

- iv) Να αποδείξετε ότι
- $$3a + \beta + 3 = 0.$$



68. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης

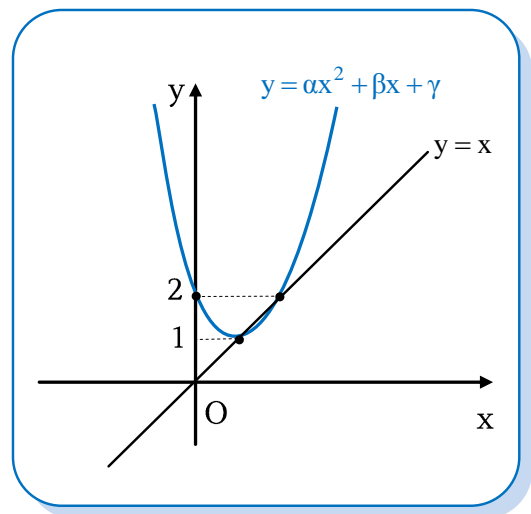
$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$$

και η ευθεία με εξίσωση

$$y = x.$$

- i) Να βρείτε την τιμή του γ .
- ii) Να αποδείξετε ότι

$$a = 1 \text{ και } \beta = -2.$$



69. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = ax^2 + bx - 2, \quad x \in \mathbb{R} \text{ με } a \neq 0.$$

- i) Αν ισχύει η σχέση

$$f(x) \neq 0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R},$$

να αποδείξετε ότι $f(100) < 0$.

- ii) Αν ισχύει η σχέση $a + \beta > 2$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$f(x) = 0$$

έχει ακριβώς δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.



numerica.

A . L i a p i s