Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 — Διανύσματα

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 1.1 — Η Έννοια του Διανύσματος

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 1.2 — Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

numerica.

A. Liapis

Προτεινόμενες Ασκήσεις

1. Έστω ρόμβος ΑΒΓΔ με κέντρο το σημείο Ο και τέτοιος, ώστε $\widehat{A} = 120°$. Να βρείτε τις γωνίες:

i) $\left(\overrightarrow{BA}\,\widehat{,}\,\overrightarrow{A\Delta}\right)$ **ii)** $\left(\overrightarrow{A\Gamma}\,\widehat{,}\,\overrightarrow{B\Gamma}\right)$

iii) $\left(\overrightarrow{\Gamma A}\,\widehat{,}\,\overrightarrow{B\Gamma}\right)$ **iv)** $\left(\overrightarrow{OA}\,\widehat{,}\,\overrightarrow{B\Delta}\right)$

2. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με κέντρο το σημείο Ο τέτοιο, ώστε

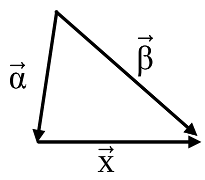
$$A\Gamma = 2B\Gamma.$$

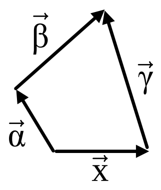
Να βρείτε τις γωνίες:

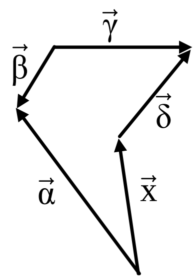
i) $\left(\overrightarrow{AO},\widehat{\ }\overrightarrow{AB}\right)$ **ii)** $\left(\overrightarrow{B\Delta},\widehat{\ }\overrightarrow{AB}\right)$

iii) $\left(\overrightarrow{OB},\widehat{\ }\overrightarrow{\Gamma O}\right)$ **iv)** $\left(\overrightarrow{O\Gamma},\widehat{\ }\overrightarrow{\Delta O}\right)$

3. Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ συναρτήσει των άλλων διανυσμάτων που δίνονται:

i)


ii)


iii)


4. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{EZ} = \overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{\Gamma Z} + \overrightarrow{EB}$$

5. Δίνονται τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ έτσι ώστε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο. Να αποδείξετε ότι

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{E\Delta} + \overrightarrow{ZE} = \overrightarrow{A\Gamma}.$$

6. Δίνεται κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ και ένα σημείο Ο για το οποίο ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{O\Delta}}.$$

Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

7. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημεία Ε, Ζ τέτοια, ώστε $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\mathrm{Z\Gamma}}$.

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο.

8. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ οι διανυσματικές ακτίνες των κορυφών Α, Β, Γ αντίστοιχα ως προς ένα σημείο αναφοράς Ο. Τι συμπεραίνετε για το τρίγωνο ΑΒΓ αν:

i) $|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|=|\vec{\beta}-\vec{\gamma}|$ **ii)** $|\vec{\gamma}-\vec{\alpha}|^2=|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|^2+|\vec{\beta}-\vec{\gamma}|^2$.

9. Έστω τρία διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύει η σχέση

$$\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}.$$

Να αποδείξετε ότι:

i) $|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|\geq|\vec{\gamma}|$ **ii)** αν $|\vec{\gamma}|>2|\vec{\alpha}|$, τότε $|\vec{\alpha}|<|\vec{\beta}|$.

10. Έστω τρία διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ τέτοια, ώστε

$$|\vec{\alpha}|=3, \quad |\vec{\beta}|=5 \quad \text{και} \quad |\vec{\gamma}|=9.$$

Να αποδείξετε ότι:

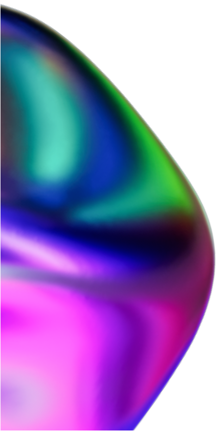
i) $2\leq|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|\leq 8$ **ii)** $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}\neq\vec{0}$.

11. Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύουν οι σχέσεις

$$|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|=2 \quad \text{και} \quad |\vec{\beta}-\vec{\gamma}|=5,$$

να αποδείξετε ότι

$$3\leq|\vec{\alpha}-\vec{\gamma}|\leq 7.$$



numerica.

A. Liapis