



# Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Διανύσματα

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

**numerica.**

A . L i a p i s



## Διαγώνισμα

### Θέμα Α

**A<sub>1</sub>.** Αν  $\lambda_1, \lambda_2$  είναι οι συντελεστές διεύθυνσης δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ , να αποδείξετε ότι

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1.$$

**A<sub>2</sub>.** Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ ;

**A<sub>3</sub>.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν Ο είναι ένα σημείο αναφοράς, τότε για κάθε διάνυσμα  $\overrightarrow{AB}$  ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}.$$

**β)** Για όλα τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  ισχύει

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|.$$

**γ)** Αν  $\lambda \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ , τότε  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

**δ)** Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους.

**ε)** Για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  ισχύει

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\gamma} = \vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma}).$$

### Θέμα Β

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ε το μέσο της ΒΓ και Ζ το μέσο της ΔΕ. Αν είναι

$$\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{AD} = \vec{\beta},$$

τότε:

**B1.** να γράψετε τα διανύσματα  $\overrightarrow{AE}$  και  $\overrightarrow{AZ}$  ως γραμμικούς συνδυασμούς των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$

**B2.** να αποδείξετε ότι

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AZ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AD})$$

**B3.** αν το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά  $a = 4$ , να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AG}$ .

## Θέμα Γ

Δίνονται τα σημεία

$$A(5,3), B(3,1)$$

και το διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  τέτοιο, ώστε

$$|\vec{\alpha}| = \sqrt{2} \quad \text{και} \quad \left(\overrightarrow{AB}, \vec{\alpha}\right) = \frac{2\pi}{3}.$$

Να βρείτε:

**Γ1.** το εσωτερικό γινόμενο  $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{\alpha}$

**Γ2.** το μέτρο του διανύσματος

$$\vec{\beta} = \overrightarrow{AB} - \vec{\alpha}$$

**Γ3.** το διάνυσμα προβ $_{\overrightarrow{AB}}$  $\vec{\beta}$

**Γ4.** τη γωνία  $\varphi$  που σχηματίζει το διάνυσμα  $\overrightarrow{AB}$  με τον άξονα  $x'x$ .

## Θέμα Δ

Δίνονται τα σημεία

$$A(-2, x), B(0, 2x) \quad \text{και} \quad \Gamma(x, 6) \quad \text{με} \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Δ1.** Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες τα σημεία  $A, B$  και  $\Gamma$  είναι συνευθειακά.

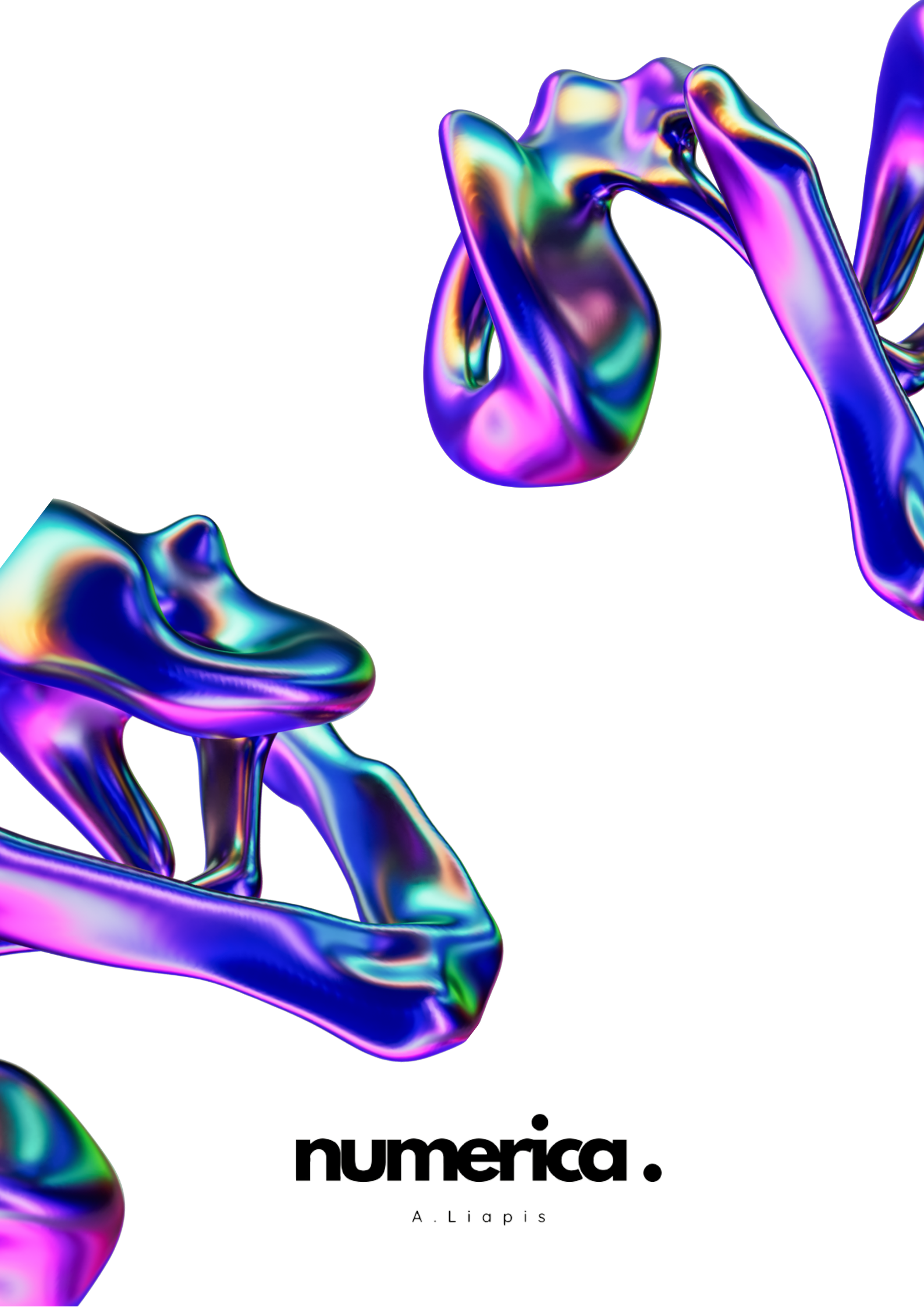
**Δ2.** Για τη μεγαλύτερη από τις τιμές του  $x$  που βρήκατε στο ερώτημα **Δ1**, να αποδείξετε ότι το σημείο  $B$  είναι το μέσο του τμήματος  $A\Gamma$ .

**Δ3.** Αν το σημείο  $B$  είναι το μέσο του  $A\Gamma$ , τότε:

**α)** να βρείτε τη γωνία  $\theta$  των διανυσμάτων  $\overrightarrow{OA}$  και  $\overrightarrow{OB}$ , όπου  $O$  η αρχή των αξόνων

**β)** να αναλύσετε το διάνυσμα  $\overrightarrow{O\Gamma}$  σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες, από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη στο  $\overrightarrow{OA}$ .





**numerica.**

A . L i a p i s