



Μαθηματικά Α' Γυμνασίου

Θέματα για Επανάληψη



numerica.

A . L i a p i s

Θέματα για Επανάληψη

1. Να βρείτε τη μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το υπόλοιπο της διαίρεσης με διαιρέτη 7 και πηλίκο 16. Για την τιμή αυτή να βρείτε τον διαιρετέο.

2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

α	β	ΕΚΠ (α, β)	ΜΚΔ (α, β)
$2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^2$	$2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^3$		
$3^2 \cdot 5^3 \cdot 11^2$	$2^3 \cdot 3^4 \cdot 11$		
$3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2$	$2 \cdot 3^5 \cdot 7^2 \cdot 11$		
$2^2 \cdot 5^4 \cdot 11$	$2^6 \cdot 5^3 \cdot 11^2$		
$2^6 \cdot 5^{11}$	$3^2 \cdot 5^4 \cdot 7^2$		

3. Αν $\alpha = \text{ΕΚΠ}(12,16)$, $\beta = \text{ΜΚΔ}(18,20)$, να λύσετε την εξίσωση

$$\alpha \cdot x = 2 \cdot \beta.$$

4. i) Να αναλύσετε τους αριθμούς 12, 18 και 24 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ii) Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των αριθμών 12, 18 και 24.

iii) Τρία κρουαζιερόπλοια Α, Β, Γ ξεκινούν από το λιμάνι του Μαϊάμι και εκτελούν κρουαζιέρες με διαφορετικούς προορισμούς και διάρκεια. Το κρουαζιερόπλοιο Α ολοκληρώνει την κρουαζιέρα και επιστρέφει στο λιμάνι σε 12 ημέρες. Αντίστοιχα το κρουαζιερόπλοιο Β σε 18 ημέρες και το Γ σε 24 ημέρες. Αν τα τρία κρουαζιερόπλοια ξεκινήσουν ταυτόχρονα τις κρουαζιέρες τους, να βρείτε μετά από πόσες ημέρες θα ξαναβρεθούν στο λιμάνι και πόσες διαδρομές θα έχει ολοκληρώσει το κάθε κρουαζιερόπλοιο.

5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία \hat{A} είναι διπλάσια από τη γωνία \hat{B} , η γωνία \hat{C} είναι μεγαλύτερη από τη γωνία \hat{B} κατά 40° . Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

6. Τα α , β , γ είναι μήκη πλευρών τριγώνου τέτοια, ώστε

$$\alpha = 3 \cdot x - 5, \quad \beta = x + 1 \quad \text{και} \quad \gamma = 2 \cdot x - 2.$$

- i) Να βρείτε το είδος του τριγώνου όταν $x = 4$.
- ii) Να βρείτε την τιμή του x ώστε το τρίγωνο να είναι ισόπλευρο.
7. Αν x είναι η ρίζα της εξίσωσης $28 : x = 7$ και y είναι ο ΜΚΔ των αριθμών 12 και 30, να βρείτε τις τιμές των x , y και στη συνέχεια τις τιμές των παραστάσεων

$$A = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \quad \text{και} \quad B = (x^2 - 2x) + (y^2 : 12) - 1^x.$$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\text{i) } \frac{2 \cdot x + 4}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \qquad \text{ii) } \frac{\frac{x}{2}}{\frac{3}{1}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{1}}$$

9. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} \quad \text{και} \quad B = \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{12}{20} - \frac{12}{30} \right).$$

- i) Να απλοποιήσετε τον αριθμό A .
- ii) Να υπολογίσετε την τιμή του αριθμού B και να απλοποιήσετε το κλάσμα που προκύπτει.
- iii) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί A και B είναι αντίστροφοι.
10. Ένας αγρότης έχει 800 δένδρα. Από αυτά, το $\frac{1}{4}$ είναι βερικοκιές, τα $\frac{11}{20}$ είναι κερασιές και το υπόλοιπο είναι μηλιές. Να βρείτε πόσα δένδρα υπάρχουν από το κάθε είδος και να εκφράσετε το αποτέλεσμα ως ποσοστό %.

11. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} : 2 \quad \text{και} \quad B = 2 \cdot (2^3 - 3 - 2).$$

- i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{5}{12}$ και $B = 6$.
- ii) Να υπολογίσετε το γινόμενο $A \cdot B$.
- iii) Να εξετάσετε αν το κλάσμα $\frac{A}{B}$ είναι ανάγωγο.

12. Έμπορος αγόρασε 500 τηλεοράσεις και έδωσε 160.000 €. Πούλησε τις 150 από αυτές με κέρδος 20% και τις υπόλοιπες με κέρδος 15%. Να βρείτε το συνολικό ποσοστό κέρδους του.

13. Η Έλλη αφαιρεί από το $\frac{1}{2}$ ενός αριθμού τα $\frac{2}{5}$ αυτού και βρίσκει 250. Να βρείτε τον αριθμό.

14. Τρία αδέρφια κληρονόμησαν ένα οικοπέδο. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{3}{8}$ του οικοπέδου. Ο δεύτερος πήρε τα $\frac{4}{7}$ του πρώτου και ο τρίτος πήρε το υπόλοιπο. Αν η διαφορά μεταξύ των εκτάσεων του πρώτου και του δεύτερου είναι 180 τ.μ., να υπολογίσετε το εμβαδό όλου του οικοπέδου.

15. Ο Γιώργος διαθέτει 295 € για να αγοράσει μια τηλεόραση. Στην αναγραφόμενη τιμή προστίθεται 18% Φ.Π.Α. Να βρείτε μέχρι πόσο πρέπει να είναι η αναγραφόμενη τιμή χωρίς Φ.Π.Α., ώστε το ποσό που θα πληρώσει να μην ξεπεράσει το ποσό που έχει.

- 16.** Ένα κινητό τηλέφωνο έχει τιμή πώλησης 300 €. Στην αρχή των εκπτώσεων το τηλέφωνο πωλείται με έκπτωση 10%. Όμως, επειδή το τηλέφωνο δεν μπορεί να πουληθεί, γίνεται νέα έκπτωση 10% στην τιμή που διαμορφώθηκε μετά την πρώτη έκπτωση. Να βρείτε:
- την τιμή πώλησης του κινητού μετά την πρώτη έκπτωση
 - την τελική τιμή πώλησης του τηλεφώνου
 - το συνολικό ποσό της έκπτωσης και το ποσοστό % αυτής της έκπτωσης στην αρχική τιμή.
- 17.** Μια τετραμελής οικογένεια έχει μηνιαίο μισθό 2500 €. Δίνει το 20% του μισθού για ενοίκιο, το 45% για φαγητό, τα $\frac{3}{20}$ του μισθού σε ρούχα, τα υπόλοιπα τα αποταμιεύει.
- Να βρείτε πόσα χρήματα σε € δίνει για ρούχα, ενοίκιο, φαγητό.
 - Να βρείτε το ποσοστό των χρημάτων του αποταμιεύει.
 - Αν ο μισθός μειωθεί κατά 8% λόγω οικονομικής κρίσης, ποιος θα είναι ο νέος μισθός.
- 18.** Κάποιος είχε 480€. Ξόδεψε το 60% αυτών για την αγορά ενός κινητού τηλεφώνου και τα $\frac{3}{4}$ των υπολοίπων για την αγορά ρούχων. Να βρείτε:
- πόσο κοστίζει το κινητό τηλέφωνο
 - πόσο κοστίζουν τα ρούχα
 - το ποσοστό των χρημάτων που έμειναν.
- 19.** Ένας σεφ παρατήρησε ότι όταν το κρέας ψήνεται, χάνει τα $\frac{2}{5}$ του βάρους του, ενώ όταν βράζει χάνει τα $\frac{2}{7}$ του βάρους. Μαγείρεψε μια ποσότητα κρέατος με τον έναν τρόπο και μια ίση ποσότητα ίδιας ποιότητας κρέατος με τον άλλο τρόπο και μετά τα ζύγισε. Διαπίστωσε ότι υπήρχε διαφορά 200 gr. Πόσα κιλά κρέας μαγείρεψε;

- 20.** Μια ποικιλία σταφυλιών δίνει το 60% του βάρους της κρασί. Οινοπαραγωγός θέλει να γεμίσει 6 βαρέλια των 300 κιλών.
- Πόσα κιλά σταφύλια πρέπει να αγοράσει;
 - Πόσα χρήματα πρέπει να δώσει για να αγοράσει τα σταφύλια αν κάθε κιλό κοστίζει 0,80 €;
 - Αν πουλήσει το κρασί προς 1,60 € το κιλό, να βρείτε το ποσοστό κέρδους του.
- 21.** Ένας μαθητής πήρε μαζί του κάποια χρήματα για τα έξοδα κατά τη διάρκεια μιας πολυήμερης σχολικής εκδρομής. Ξόδεψε για φαγητό τα $\frac{4}{12}$ των χρημάτων του και τα $\frac{5}{9}$ των χρημάτων του για διασκέδαση.
- Να βρείτε:
 - τι μέρος των χρημάτων του ξόδεψε
 - τι μέρος των χρημάτων του περίσσεψε.
 - Αν του περίσσεψαν 20 € να βρείτε:
 - Πόσα € πήρε μαζί του στην εκδρομή
 - Πόσα € ξόδεψε για φαγητό και πόσα για διασκέδαση.
- 22.** Στις προαγωγικές εξετάσεις του Ιουνίου της Α΄ τάξης ενός Γυμνασίου, τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών προβιβάστηκαν στην Β΄ τάξη. Τα $\frac{3}{20}$ παραπέμφθηκαν για επανεξέταση τον Σεπτέμβριο και οι υπόλοιποι έμειναν στην ίδια τάξη:
- Αν αυτοί που έμειναν είναι 10, πόσοι προβιβάστηκαν τον Ιούνιο και πόσοι θα επανεξεταστούν τον Σεπτέμβριο;
 - Αν το Σεπτέμβριο προβιβάστηκε το $\frac{13}{15}$ αυτών που εξετάστηκαν, να βρείτε:
 - το ποσοστό των μαθητών της Α΄ τάξης που προβιβάστηκαν τον Ιούνιο
 - το ποσοστό των μαθητών της Α΄ τάξης που προβιβάστηκαν το Σεπτέμβριο.

- 23.** Σε ένα γυμνάσιο υπάρχουν 240 μαθητές. Από αυτούς, το 60% είναι κορίτσια.
- Να βρείτε πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα είναι τα αγόρια του γυμνασίου.
 - Από το σύνολο των μαθητών, 36 συμμετέχουν στη θεατρική ομάδα. Να βρείτε τι ποσοστό μαθητών συμμετέχει στην ομάδα αυτή.
 - Αν άριστευσε το 25% των αγοριών, να βρείτε πόσα αγόρια άριστευσαν και το ποσοστό των άριστων αγοριών στο σύνολο των μαθητών του γυμνασίου.

- 24.** Δίνονται οι αριθμοί

$$\alpha = \left(1\frac{1}{2} - \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{20}, \quad \beta = \frac{5^2 - (2^2 + 3^2)}{3} + \frac{\frac{2}{6}}{\frac{1}{9}}$$

και η εξίσωση $\frac{5}{6} + 3 \cdot x - x = \frac{29}{6}$.

- Να υπολογίσετε τους αριθμούς α και β .
 - Να εξετάσετε αν οι αριθμοί α και β αποτελούν λύση της εξίσωσης.
- 25.** Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{8}{3} + 5 \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{2} : \frac{5}{3} - \frac{23}{6} \quad \text{και} \quad B = 3 - 3 \cdot \left(\frac{5}{4} - 1 + \frac{1}{2}\right).$$

- Να υπολογίσετε τις τιμές των A και B .
 - Να συγκρίνετε μεταξύ τους τις τιμές των A και B .
 - Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$ σε απλό.
 - Να βρείτε το αντίστροφο του $\frac{A}{B}$.
- 26.** Δίνονται οι παραστάσεις:
- $$A = 3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 - 10^2 : 5 \quad \text{και} \quad B = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 10\frac{2}{3}.$$
- Να αποδείξετε ότι $A = 18$ και $B = 12$.
 - Να βρείτε το ΜΚΔ, ΕΚΠ των αριθμών A και B .
 - Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{B}{A}$.
 - Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = B$.

27. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \left(1 - \frac{1}{4}\right) + 2 : \frac{1}{2} - 4(3 - 2) \quad \text{και} \quad B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right).$$

i) Να εκτελέσετε τις πράξεις σε κάθε παράσταση και να αποδείξετε ότι

$$A = \frac{3}{4} \quad \text{και} \quad B = \frac{5}{6}.$$

ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς A και B.

iii) Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα $\frac{A}{B}$ σε απλό και να το απλοποιήσετε.

iv) Να βρείτε ένα κλάσμα ανάμεσα στους αριθμούς A και B.

v) Να γράψετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$ ως ποσοστό %.

28. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = 3 - 2\frac{1}{5} \quad \text{και} \quad B = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) : \frac{2}{3},$$

i) Να υπολογίσετε τις τιμές των A και B.

ii) Να συγκρίνετε τα A και B.

iii) Να βρείτε τον αντίστροφο του αριθμού $\frac{A}{B} - 1$.

iv) Να εξετάσετε αν το κλάσμα $\frac{A}{B}$ είναι ανάγωγο.

29. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = (-3)^2 + (-2)^3 - (-1)^3 \quad \text{και} \quad B = -3 + (-3)(-2 + 1) - (+9) : (-3).$$

i) Να εκτελέσετε τις πράξεις σε κάθε παράσταση και να αποδείξετε ότι

$$A = 2 \quad \text{και} \quad B = 3.$$

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\frac{A}{B} + \frac{B}{4} + \frac{1}{6}$$

και να εξετάσετε αν το κλάσμα που προκύπτει είναι ανάγωγο.

iii) Να εξετάσετε αν ο αριθμός $3 \cdot A^3 + B^2 + 3$ διαιρείται συγχρόνως με τους αριθμούς 2 και 9. Να δικαιολογήσετε την απάντηση.

30. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 1 + 3^2 \cdot (2^2 - 3)^{2018} - 2^3, \quad B = (2^2 + 1)^2 - (3^2 + 2^3),$$

και

$$\Gamma = \frac{2^3 \cdot (3^2 - 2^3) + 2^2}{2^2}.$$

- i) Να υπολογίσετε τις τιμές των A, B και Γ.
 ii) Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς $\frac{A}{B}$, $\frac{\Gamma}{A}$, $\frac{\Gamma}{B}$ και 1.

iii) Να κάνετε το σύνθετο κλάσμα $\frac{\frac{A}{\Gamma}}{B}$ απλό και να το απλοποιήσετε.

iv) Να αποδείξετε ότι αριθμοί Γ και B είναι πρώτοι μεταξύ τους.

31. Αν x είναι η ρίζα της εξίσωσης

$$(-2)^3 : x = (-2)^2,$$

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = (-2)^{x+5} + (-3)^{x+4} - |x| + |x+1|.$$

32. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\text{i) } x = \frac{3^2}{(-6)^2} + \frac{9^3}{(-18)^3} \qquad \text{ii) } y = \frac{(-10)^3}{5^3} + \frac{(-12)^4}{6^4}$$

$$\text{iii) } A = x^{10} \cdot (-x)^{50} \cdot y^{60}.$$

33. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{1}{3} + \frac{2}{4}, \quad B = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2} \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{14}{15} : \frac{2}{3},$$

- i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{5}{6}$, $B = \frac{7}{6}$ και $\Gamma = \frac{7}{5}$.
 ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς A, B και Γ.
 iii) Να βρείτε ένα κλάσμα ανάμεσα στους αριθμούς B και Γ.

- iv) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$.
- v) Να βρείτε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το B.
- vi) Να λύσετε την εξίσωση $5 \cdot \Gamma - x = B : A$.

34. Δίνεται η παράσταση

$$A = (-1)^{2014} + (-1)^{2015} + (-1)^{2016}.$$

- i) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A.
- ii) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$A \cdot x = 100, \quad (A + 100) \cdot x = 0 \quad \text{και} \quad (A + 100) \cdot x = 3 \cdot A + 98.$$

35. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot (2^3 - 2) - 3^2, \quad B = -12 + 17 - 6 - (2^2 - 6)$$

και

$$\Gamma = \frac{4}{3} : \frac{4}{5} - \left(-\frac{6}{15} + 1 \right).$$

- i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{2}{3}$, $B = 1$ και $\Gamma = \frac{16}{15}$.
- ii) Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς A, B και Γ.
- iii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $|A| - |- \Gamma| + B$.
- iv) Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = \Gamma$.

36. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 4^2 - 2^4, \quad B = (-5) \cdot (-3) - (-8 - 10) : (-7 + 5) \quad \text{και} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

- i) Να δείξετε ότι $A = 0$, $B = 6$ και $\Gamma = 3$.
- ii) Να αναλύσετε τον αριθμό BΓA σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- iii) Να λύσετε τις εξισώσεις

$$A \cdot x = B, \quad A + x = \Gamma, \quad x : B = A$$

και
$$(A + B + \Gamma) \cdot x = A^2 + B^2 + \Gamma^2.$$

37. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-3) \cdot (-1) + (-3) \cdot (-1) \cdot (+1), \quad B = \left(-1 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{6}{5} - 2\right)$$

και

$$\Gamma = (-2) \cdot [(-3 - 4) \cdot (-2) - 10] + (-2) \cdot [(-3) \cdot (-2) + (-8)].$$

i) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A, B και Γ.

ii) Να εκτελέσετε τις πράξεις:

α) $\frac{A}{B} - \Gamma$

β) $\left(A - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{B} + \frac{1}{6}\right).$

iii) Να λύσετε την εξίσωση $|\Gamma| \cdot x - A = B.$

38. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = [3 \cdot (3 - x) + 2 \cdot (y + 3)] - 2 \cdot (-x + y + 3)$$

και

$$B = \frac{\frac{3 \cdot y}{2}}{-\frac{1}{2} - 1} - \frac{1}{2} \cdot (x - 2 \cdot y - 1) \quad \text{με } x = 3, \quad y = -1.$$

i) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A και B.

ii) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2 \cdot \omega}{B} = -A.$

39. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{(-2)^4 \cdot (-2)^3}{(-2)^6} \quad \text{και} \quad B = (-3)^2 + (6 - 8)^3.$$

i) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A και B.

ii) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

$$\Gamma = (B - 1)^{2013} + (B + 1)^2 + (A + 1)^3$$

και

$$\Delta = (A + 1)^{2014} + (A - 1)^2 + (B + A - 1)^3$$

iii) Να λύσετε την εξίσωση $\left(\frac{1}{-\Delta}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{1}{A}\right)^4.$

40. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = [(-2)^6 \cdot (-2)^5] : (-4)^3, \quad B = (-5)^5 \cdot (-5)^3 \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{(-7)^5}{7^4} + 7^0.$$

i) Να εκτελέσετε τις πράξεις των παραπάνω παραστάσεων και όπου μπορείτε να γράψετε το αποτέλεσμα σε μορφή δύναμης.

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\Delta = \frac{A^2}{(-2)^9} + \frac{(-5)^{10}}{B} - \frac{(-6)^2}{\Gamma} - 1.$$

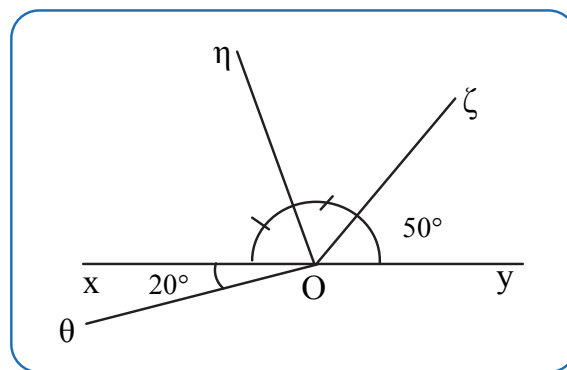
iii) Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = \Delta + (-2)^2$.

41. Στο διπλανό σχήμα έχουμε

$$\widehat{xO\theta} = 20^\circ \quad \text{και} \quad \widehat{yO\zeta} = 50^\circ.$$

Αν η Οη είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{xO\zeta}$, να υπολογίσετε τις γωνίες

$$\widehat{yO\theta}, \quad \widehat{xO\eta} \quad \text{και} \quad \widehat{yO\eta}.$$

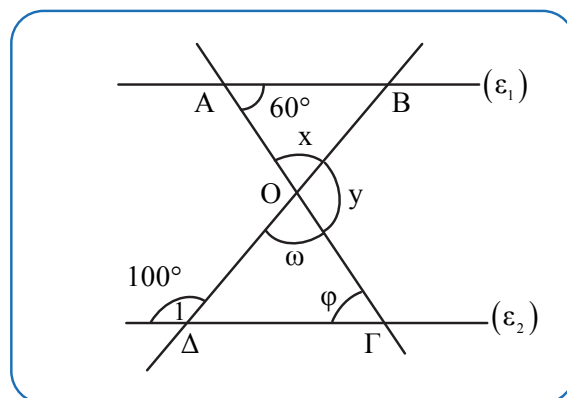


42. Στο διπλανό σχήμα έχουμε

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2, \quad \widehat{A} = 60^\circ \quad \text{και} \quad \Delta_1 = 100^\circ.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες

$$\hat{x}, \hat{y}, \hat{\omega} \quad \text{και} \quad \hat{\phi}.$$



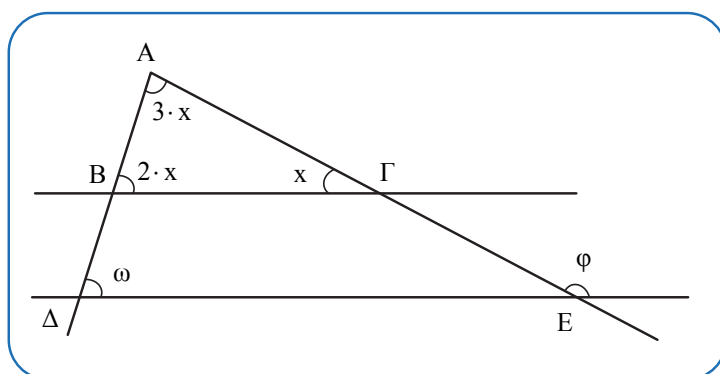
43. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $B\Gamma \parallel \Delta E$.

Να βρείτε:

i) τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$

ii) το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$

iii) τις γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$.



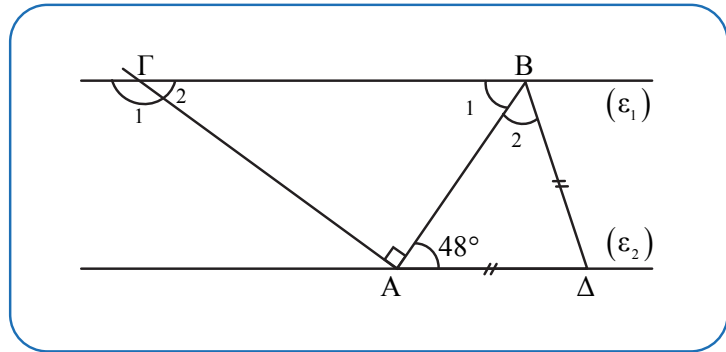
44. Στο διπλανό σχήμα έχουμε

$$\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2, \widehat{\Gamma\hat{A}B} = 90^\circ,$$

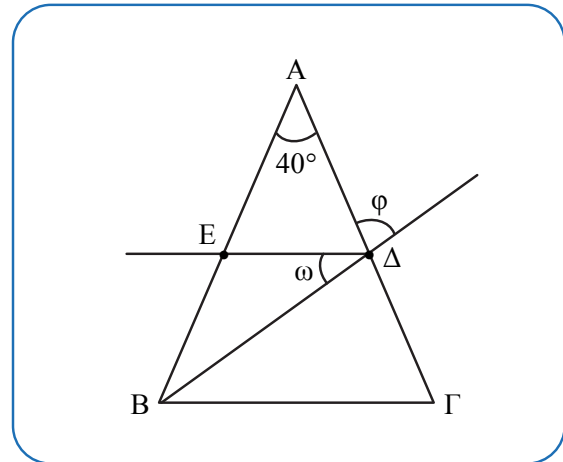
$$\widehat{B\hat{A}\Delta} = 48^\circ \text{ και } \Delta A = \Delta B.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες

$$\widehat{\Gamma}_1, \widehat{\Gamma}_2, \widehat{B}_1, \widehat{B}_2 \text{ και } \widehat{\Delta}.$$



45. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $\widehat{A} = 40^\circ$ και $AB = AG$. Αν η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας \widehat{B} και $\Delta E \parallel \Gamma B$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\omega}$ και $\widehat{\phi}$.



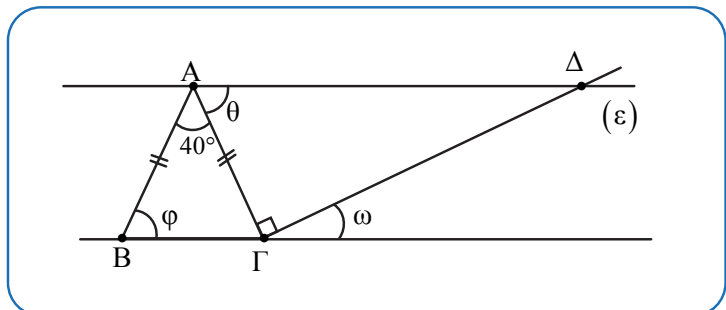
46. Στο διπλανό σχήμα έχουμε

$$\varepsilon \parallel B\Gamma, \widehat{A} = 40^\circ,$$

$$AB = AG \text{ και } \widehat{A\hat{\Gamma}\Delta} = 90^\circ.$$

Να υπολογίσετε τις γωνίες

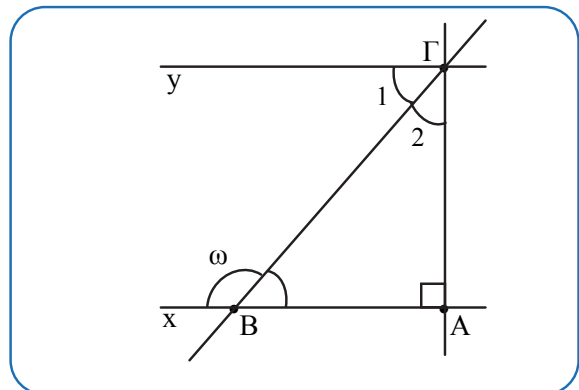
$$\widehat{\phi}, \widehat{\omega} \text{ και } \widehat{\theta}.$$



47. Στο διπλανό σχήμα έχουμε

$$Ax \parallel \Gamma y, \widehat{A} = 90^\circ \text{ και } \widehat{\omega} = 135^\circ.$$

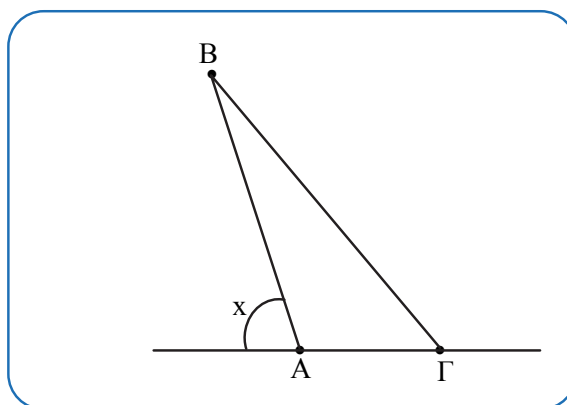
- i) Να υπολογίσετε τις γωνίες \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}_2$ του τριγώνου ABΓ.
- ii) Να αποδείξετε ότι η ΓB είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A\hat{\Gamma}y}$.



48. Στο διπλανό σχήμα το μέτρο της γωνίας \hat{x} είναι η λύση της εξίσωσης

$$\left(\frac{7}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot x = 60.$$

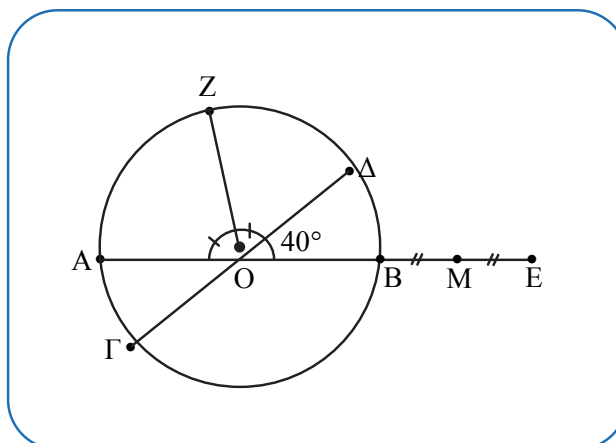
Αν $\hat{B} = \frac{1}{6} \cdot \hat{A}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



49. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένας κύκλος με κέντρο O και ακτίνα $\rho = 3\text{cm}$.

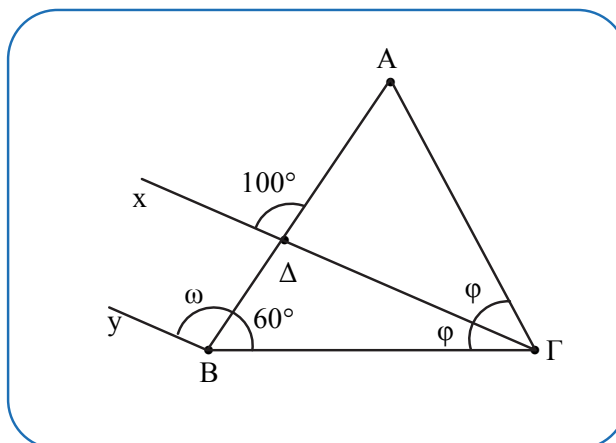
Αν $\hat{B\hat{O}\Delta} = 40^\circ$, $AE = 10\text{ cm}$, M είναι το μέσο του τμήματος BE και η OZ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A\hat{O}\Delta}$ να υπολογίσετε:

- τα μήκη των τμημάτων OΔ, BE και OM
- τα μέτρα των γωνιών $\hat{Z\hat{O}\Delta}$, $\hat{\Gamma\hat{O}A}$ και $\hat{B\hat{O}\Gamma}$.



50. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Γx και By είναι παράλληλες και η Γx είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ΑΒΓ.

- Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\phi}$.
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές.

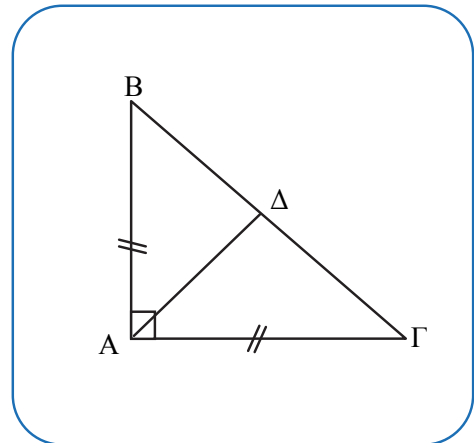


51. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές

$$\left(\widehat{A} = 90^\circ \text{ και } AB = A\Gamma\right).$$

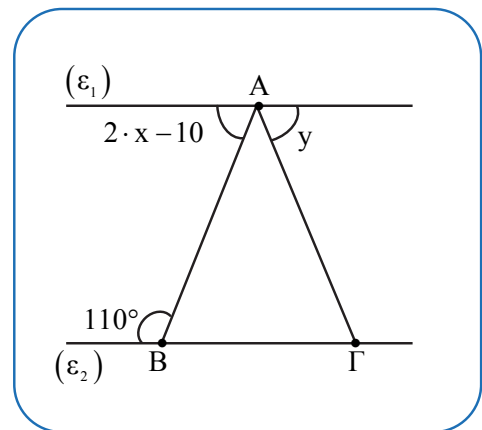
Αν $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας \widehat{A} :

- να υπολογίσετε τις γωνίες \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$
- να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $AB\Delta$ και $A\Delta\Gamma$
- να αποδείξετε ότι τα παραπάνω τρίγωνα είναι ορθογώνια και ισοσκελή.



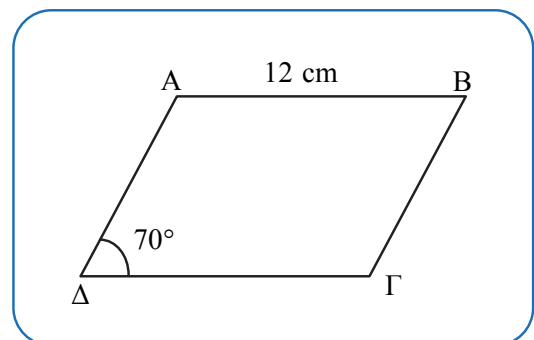
52. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, να υπολογίσετε:

- τις γωνίες \widehat{A} , \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
- τις τιμές των x και y .



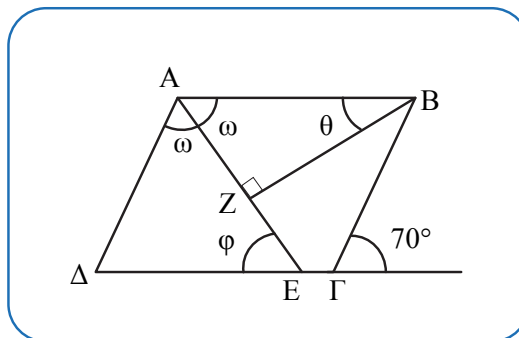
53. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο με περίμετρο 38 cm. Αν $AB = 12$ cm και $\widehat{\Delta} = 70^\circ$, να υπολογίσετε:

- τα μήκη των πλευρών $B\Gamma$, $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$.
- τις γωνίες \widehat{A} , \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου.



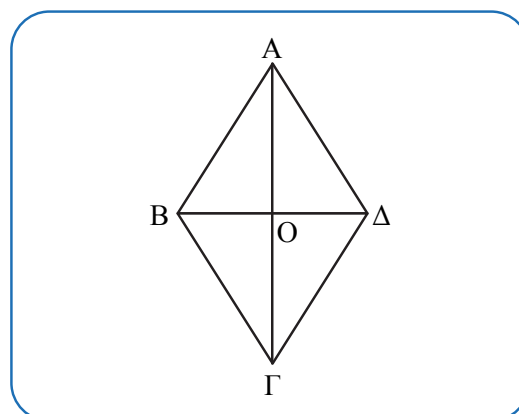
54. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν η AE είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και η $BZ \perp AE$ να υπολογίσετε:

- τις γωνίες $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ και $\hat{\Delta}$ του παραλληλογράμμου
- τις γωνίες $\hat{\omega}, \hat{\phi}$ και $\hat{\theta}$.



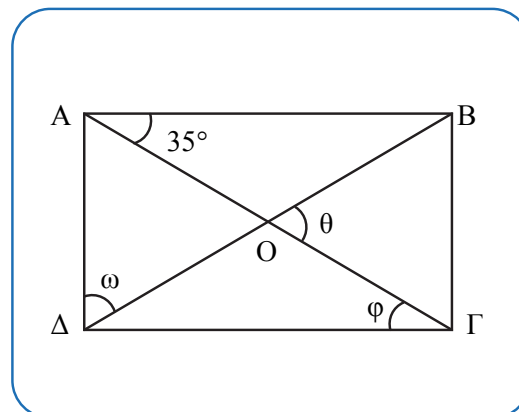
55. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος. Αν $\hat{A\Delta\Gamma} = 130^\circ$ και οι διαγώνιοι $A\Gamma$ και $B\Delta$ του ρόμβου τέμνονται στο σημείο O , να υπολογίσετε τις γωνίες:

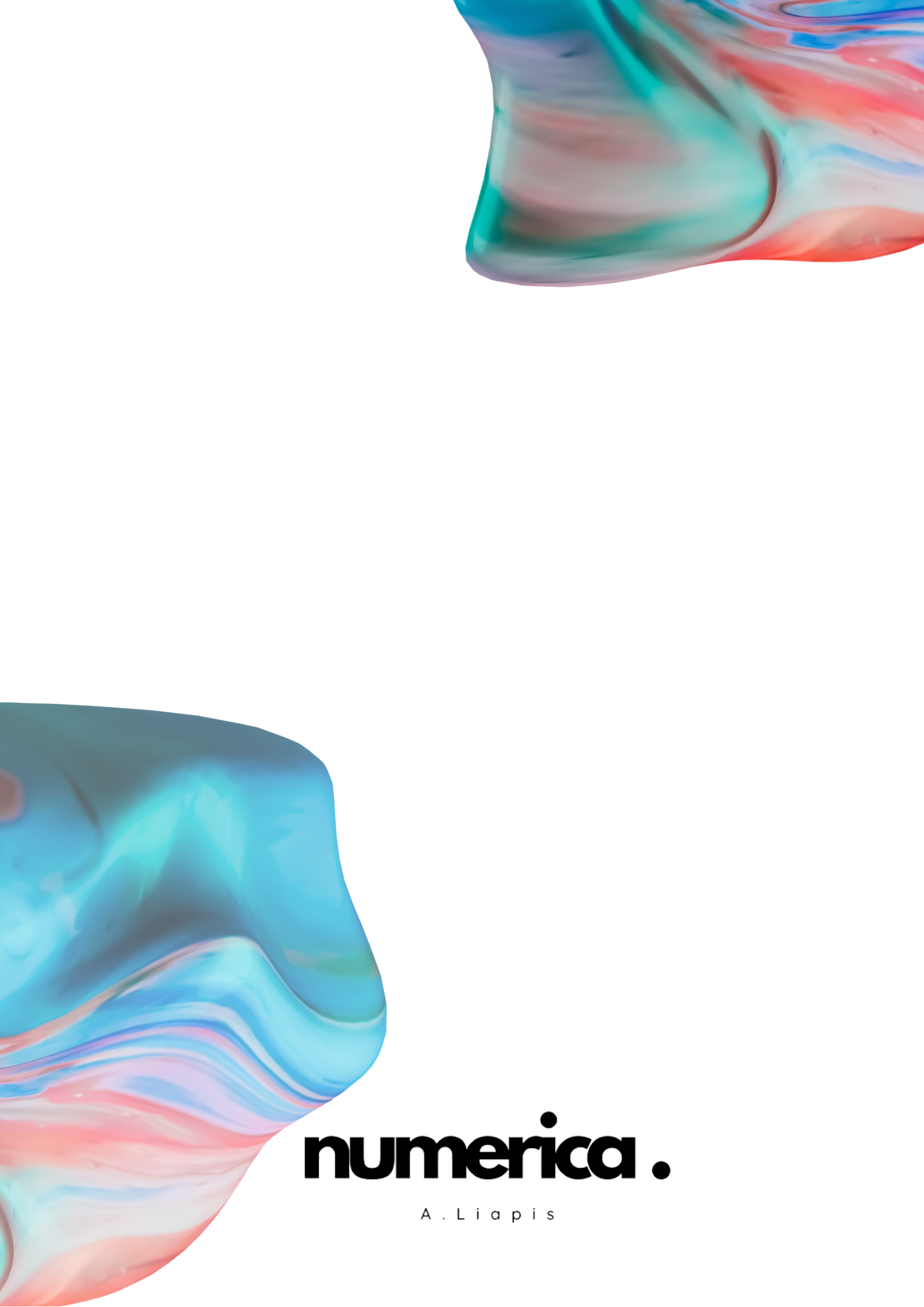
- \hat{A}, \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του ρόμβου.
- $\hat{A\hat{O}B}, \hat{A\hat{B}O}$ και $\hat{B\hat{\Gamma}O}$.



56. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Αν $OG = 2 \text{ cm}$ και $\hat{OAB} = 35^\circ$, να υπολογίσετε:

- τα μήκη των τμημάτων $A\Gamma, B\Delta$ και $O\Delta$
- τις γωνίες $\hat{\omega}, \hat{\phi}$ και $\hat{\theta}$.





numerica .

A . L i a p i s