

Μέρος Α' - Άλγεβρα

# Μαθηματικά Α' Γυμνασίου

Κεφάλαιο 1

Οι Φυσικοί Αριθμοί

Παράγραφος 1.5

Χαρακτήρες Διαιρετότητας  
Ε.Κ.Π. - Μ.Κ.Δ.

Ανάλυση Αριθμού σε Γινόμενο  
Πρώτων Παραγόντων

Ασκήσεις

**numerica.**

A . L i a p i s



## Προτεινόμενες Ασκήσεις

**22.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Το 2 είναι ο μοναδικός άρτιος που είναι πρώτος.
- ii) Όλοι οι πρώτοι είναι περιττοί.
- iii) Όλοι οι περιττοί είναι πρώτοι.
- iv) Το 11 είναι πρώτος αριθμός.
- v) Αν ο  $a$  είναι πολλαπλάσιο του  $\beta$ , τότε ο  $a$  διαιρείται με τον  $\beta$ .
- vi) Ο αριθμός 10 είναι διαιρέτης του 5.
- vii) Αν  $EKP(a, \beta) = \beta$ , τότε ο  $\beta$  είναι πολλαπλάσιο του  $a$ .
- viii) Κάθε φυσικός που διαιρεί έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.
- ix) Κάθε φυσικός διαφορετικός από το μηδέν έχει τουλάχιστον 2 διαιρέτες.
- x) Αν ο  $a$  είναι πολλαπλάσιο του  $\beta$ , τότε ο  $a$  διαιρείται με το  $\beta$ .
- xi) Ο αριθμός  $a^{2013}$  είναι πολλαπλάσιο του  $a$ .
- xii) Αν ο αριθμός  $αβγδ$  διαιρείται με το 3, τότε και ο  $βγαδ$  διαιρείται με το 3.
- xiii) Το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι πρώτος.

**23.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις:

- i) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται με το 2
  - α) 347
  - β) 2010
  - γ) 135
  - δ) 2013
- ii) Ποιος από τους παρακάτω διαιρείται με το 2, 3, 5 και 9 συγχρόνως;
  - α) 369
  - β) 4000
  - γ) 1015
  - δ) 2070

**24.** Να γράψετε ΝΑΙ αν οι αριθμοί διαιρούνται ή ΟΧΙ αν οι αριθμοί δεν διαιρούνται με τους αντίστοιχους αριθμούς της πρώτης γραμμής του παρακάτω πίνακα:

	2	3	4	5	9	10	25
100							
400							
240							
3.456							
20.000							
369							
81.000							
1.200							
52.125							

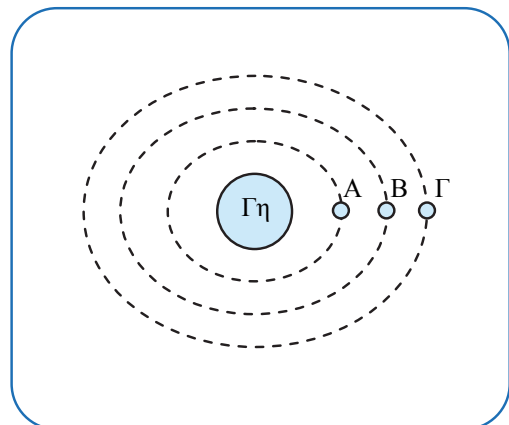
25. Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι πρώτοι και ποιοι είναι σύνθετοι;  
2, 10, 5, 20, 11, 16, 23, 32, 45, 33, 101.
26. Το τριπλάσιο ενός πρώτου αριθμού είναι πρώτος ή σύνθετος αριθμός και γιατί;
27. Να γράψετε όλους τους διαιρέτες του αριθμού 15. Ποιοι από αυτούς είναι πρώτοι και ποιοι είναι σύνθετοι;
28. Το γινόμενο δύο πρώτων αριθμών είναι πρώτος ή σύνθετος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
29. Δίνονται οι αριθμοί 2, 3, 6, 8, 11 και 55. Να βρείτε:  
i) ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι πρώτοι  
ii) ποιοι από τους παραπάνω αριθμούς είναι σύνθετοι  
iii) ποια ζεύγη των παραπάνω αριθμών είναι πρώτοι μεταξύ τους.
30. Δίνονται οι αριθμοί  
 $A = 567$  και  $B = 440$ .  
i) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς A και B.  
ii) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί A και B είναι πρώτοι μεταξύ τους.
31. Να γράψετε τον αριθμό 24 σαν άθροισμα δύο πρώτων αριθμών.
32. Να βρείτε τον διψήφιο αριθμό που διαιρείται συγχρόνως με το 2, 3, 5 και 9.
33. Να βρείτε τον μικρότερο φυσικό ο οποίος να διαιρείται με το 2 και το 5 συγχρόνως.
34. Με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας να δείξετε ότι οι αριθμοί  $15 \cdot \alpha - 3$  και  $18 \cdot \alpha + 21$  διαιρούνται με το 3.
35. Να βρείτε διψήφιο ο οποίος έχει άθροισμα ψηφίων 12 και ένας από τους 4 διαιρέτες του είναι ο 19.
36. Ένας αριθμός διαιρείται με το 9. Αν αλλάξουμε τις θέσεις των ψηφίων του θα διαιρείται πάλι με το 9;



- 37.** i) Ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το  $a$  ώστε ο αριθμός  $4a1$  να διαιρείται με το 9.  
ii) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον αριθμό  $4a1$ .
- 38.** Ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το  $a$  ώστε ο αριθμός  $15a5$  να διαιρείται με το 25;
- 39.** Ποιο ψηφίο πρέπει να είναι το  $a$  ώστε ο αριθμός  $3859a$  να διαιρείται:  
i) με το 9                                    ii) με το 2 και το 5 συγχρόνως.
- 40.** Να τοποθετήσετε στα κενά το κατάλληλο (ίδιο) ψηφίο ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται συγχρόνως δια 2, 3, 5.  
 $3 \square 5 \square 1 \square$
- 41.** Να συμπληρώσετε το  $\square$  με το κατάλληλο ψηφίο ώστε ο αριθμός:  
i)  $834\square$  να διαιρείται με το 3  
ii)  $703\square$  να διαιρείται με το 2 και το 5.  
iii)  $73\square$  να διαιρείται με το 9  
iv)  $92\square$  να διαιρείται με το 2 αλλά όχι με το 4.
- 42.** i) Να συμπληρώσετε τα κενά  $5\square4\square$ ,  $90\square$ ,  $7\square3\square$  ώστε οι αριθμοί που θα προκύψουν να διαιρούνται και με το 3 και με το 5.  
ii) Να δικαιολογήσετε ότι:  
α) οι αριθμοί της μορφής  $18 \cdot \alpha + 63$  διαιρούνται με το 9  
β) οι αριθμοί της μορφής  $35 \cdot \beta + 60$  διαιρούνται με το 5.
- 43.** Να γράψετε τα έξι πρώτα πολλαπλάσια του αριθμού 4.
- 44.** Να αποδείξετε ότι:  
i) ο αριθμός  $7 \cdot \alpha + 7 \cdot \beta$  είναι πολλαπλάσιο του 7.  
ii) ο αριθμός  $9\alpha$  είναι πολλαπλάσιο του 3.  
iii) ο αριθμός  $5^3$  είναι πολλαπλάσιο του 5.
- 45.** Ποιοι αριθμοί ανάμεσα στο 17 και το 43 είναι πολλαπλάσια του 2, του 3 και του 4 συγχρόνως;

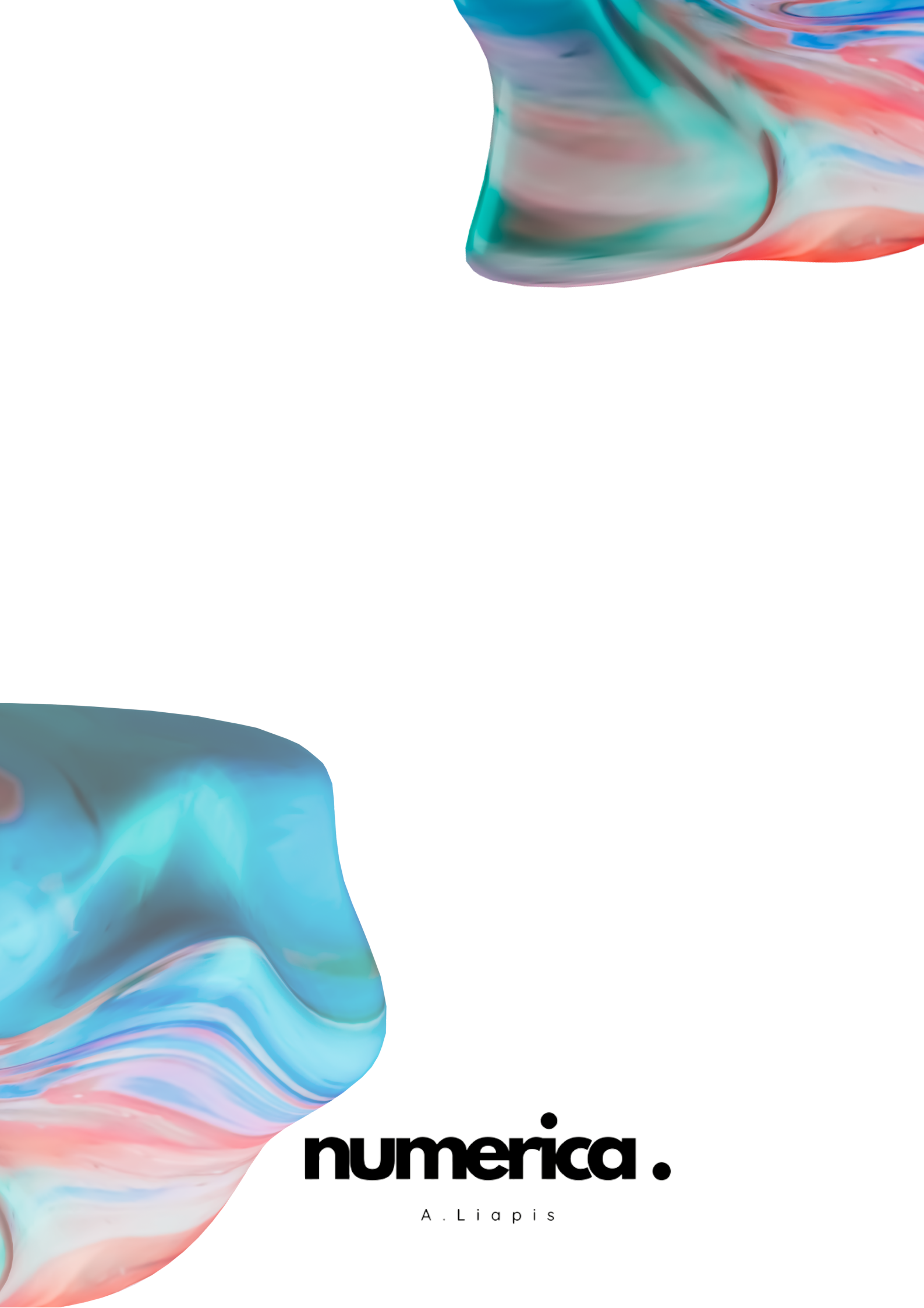
- 46.** Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών:
- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| <b>i)</b> 6, 14      | <b>ii)</b> 5, 9      |
| <b>iii)</b> 12, 16   | <b>iv)</b> 2, 8, 12  |
| <b>v)</b> 12, 16, 24 | <b>vi)</b> 5, 15, 20 |
- 47.** Δίνεται φυσικός αριθμός  $x$  ο οποίος είναι μεγαλύτερος του 27 και μικρότερος του 32. Να βρείτε τον  $x$  αν  $\text{ΕΚΠ}(8, 20, x) = 120$ .
- 48.** Να γράψετε 3 ζεύγη φυσικών οι οποίοι να είναι πρώτοι μεταξύ τους. Να βρείτε το ΕΚΠ για κάθε ζεύγος. Τι παρατηρείτε;
- 49.** Αν το ΕΚΠ των αριθμών 12,  $x$  είναι 36 να βρείτε τις δυνατές τιμές του φυσικού αριθμού  $x$ ;
- 50.** Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών:
- |                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| <b>i)</b> 10, 40     | <b>ii)</b> 15, 25      |
| <b>iii)</b> 9, 24    | <b>iv)</b> 12, 18, 36  |
| <b>v)</b> 12, 20, 32 | <b>vi)</b> 14, 28, 49. |
- 51.** Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των παρακάτω αριθμών:
- $$A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 11$$
- $$B = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13$$
- $$\Gamma = 2^6 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7.$$
- 52.** Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών:
- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| <b>i)</b> 9, 27, 45    | <b>ii)</b> 12, 16, 20  |
| <b>iii)</b> 36, 54, 72 | <b>iv)</b> 20, 30, 40. |
- 53.** **i)** Να γράψετε τους διαιρέτες των αριθμών 15 και 30.  
**ii)** Να βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών αυτών. Τι παρατηρείτε;
- 54.** Δύο φυσικοί αριθμοί έχουν ΜΚΔ το 20. Ποιοι είναι οι κοινοί διαιρέτες των αριθμών αυτών.

55. i) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 12, 18, 28.  
ii) Να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών αυτών.
56. i) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 48, 72, 196.  
ii) Να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών αυτών.
57. i) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 144, 252, 832.  
ii) Να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών αυτών.
58. Δύο αριθμοί έχουν ΜΚΔ 6 και ΕΚΠ 36. Αν ο ένας είναι ο 12, να βρείτε τον άλλο.
59. Ένα βιβλίο χωρίζεται σε ενότητες που η κάθε μία έχει ακριβώς 18 σελίδες. Ο αριθμός των σελίδων του βιβλίου είναι πολλαπλάσιο του 16. Αν το βιβλίο έχει λιγότερες από 200 σελίδες, να βρείτε πόσες είναι οι σελίδες του βιβλίου.
60. Το πλήθος των σελίδων ενός βιβλίου βρίσκεται μεταξύ του 300 και του 450. Όταν μετράμε τις σελίδες του ανά 5 ή 6 ή 8 δεν περισσεύει καμία. Να βρείτε τον αριθμό των σελίδων του βιβλίου.
61. Τρία λεωφορεία με αφετηρία την ίδια πλατεία, εκτελούν τη συγκοινωνία σε 3 διαφορετικά σημεία της πόλης. Το πρώτο εκτελεί μια διαδρομή σε 18 min, το δεύτερο σε 24 min, το τρίτο σε 36 min. Αν στις 12 ακριβώς ξεκινήσουν μαζί, ύστερα από πόσο χρόνο θα ξεκινήσουν και πάλι μαζί και πόσες διαδρομές θα έχει κάνει το καθένα στον ενδιάμεσο χρόνο.
62. Τρεις τεχνητοί δορυφόροι περιστρέφονται γύρω από τη γη σε κυκλικές τροχιές διαφορετικών ακτίνων. Κάποια χρονική στιγμή βρίσκονται στα σημεία Α, Β, Γ τα οποία είναι συνευθειακά. Ο ένας κάνει έναν πλήρη κύκλο σε 12 ώρες, ο δεύτερος σε 18 ώρες και ο τρίτος σε 24 ώρες. Πόσες φορές μέσα στα επόμενα δέκα εικοσιτετράωρα θα ξαναβρεθούν στα ίδια σημεία ταυτόχρονα; (Συνευθειακά ονομάζουμε τρία ή περισσότερα σημεία που βρίσκονται στην ίδια ευθεία).



- 63.** Θέλουμε να συσκευάσουμε 150 τετράδια, 90 στυλό και 60 γόμες σε πακέτα τα οποία να είναι τα ίδια και να περιέχουν και τα 3 είδη.
- Μπορεί να γίνουν 10 πακέτα δώρων; Αν ναι, πόσα αντικείμενα από κάθε είδος θα έχει κάθε πακέτο;
  - Πόσα πακέτα δώρων μπορεί να γίνουν με τον μικρότερο αριθμό από κάθε είδος;
- 64.** Ένα κιβώτιο περιέχει μαρκαδόρους. Ποιος μπορεί να είναι ο αριθμός των μαρκαδόρων αν γνωρίζουμε ότι είναι μεγαλύτερος του 400, μικρότερος του 500, διαιρείται ακριβώς με το 3 και 5, ενώ το ψηφίο των δεκάδων του είναι το 2.
- 65.** Ένας πειρατής έχει χρυσά και ασημένια νομίσματα. Τα χρυσά είναι λιγότερα από τα ασημένια. Τόσο ο αριθμός των χρυσών, όσο και ο αριθμός των ασημένιων νομισμάτων είναι διψήφιοι πρώτοι. Αν αντιστρέψουμε τα ψηφία των αριθμών αυτών, προκύπτουν αριθμοί που διαιρούνται με το 5. Πόσα χρυσά και πόσα ασημένια νομίσματα έχει ο πειρατής;
- 66.** Σε έναν πάπυρο μιας πυραμίδας της Αιγύπτου βρέθηκε γραμμένος ο μικρότερος φυσικός αριθμός ο οποίος διαιρείται με όλους τους φυσικούς από το 1 μέχρι και το 10. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.
- 67.** Ο αριθμός των δέντρων ενός δάσους είναι τριψήφιος φυσικός, μικρότερος του 150. Αν τα δένδρα μετρηθούν ανά 3 ή 4 ή 5 ή 6 περισσεύουν πάντα 2. Πόσα είναι τα δένδρα;
- 68.** Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι του 30 και μικρότεροι του 80 που όταν διαιρεθούν με το 3 και το 5 δίνουν υπόλοιπο 1.
- 69.** Να βρείτε τριψήφιο αριθμό μικρότερο του 400, ο οποίος να είναι πολλαπλάσιο του 7, και αν διαιρεθεί με 2, 3, 4, 5, 6 αφήνει υπόλοιπο 1.





**numerica.**

A . L i a p i s