Μέρος Α' - Άλγεβρα

Μαθηματικά Α' Γυμνασίου

Κεφάλαιο 3

Δεκαδικοί Αριθμοί

Παράγραφος 3.1

Δεκαδικά Κλάσματα
Δεκαδικοί Αριθμοί

Θεωρία
Μεθοδολογίες
Λυμένες Ασκήσεις

numerica.

A. Liapis

Περιεχόμενα

Δεκαδικά Κλάσματα - Δεκαδικοί Αριθμοί

Δεκαδικά Κλάσματα – Δεκαδικοί Αριθμοί

- Κάθε δεκαδικός αριθμός έχει **ακέραιο μέρος** και **δεκαδικό μέρος** τα οποία διαχωρίζονται από την **υποδιαστολή**.

Παράδειγμα

123 , 678

ακέραιο μέρος

δεκαδικό μέρος

υποδιαστολή

- Στο ακέραιο μέρος οι τάξεις είναι οι **μονάδες**, οι **δεκάδες**, οι **εκατοντάδες**, οι **χιλιάδες** κ.λπ.
- Στο δεκαδικό μέρος, οι τάξεις είναι τα **δέκατα**, τα **εκατοστά**, τα **χιλιοστά**, τα **δεκάκις χιλιοστά** κ.λπ.

Παράδειγμα

Στον αριθμό 2135,678 έχουμε

2	1	3	5	,	6	7	8
Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες		Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά

- Δέκα μονάδες μιας τάξης είναι μία μονάδα της επόμενης ανώτερης τάξης.

Παράδειγμα

Δέκα χιλιοστά είναι ένα εκατοστό
Δέκα δεκάδες είναι μία εκατοντάδα.

- Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφεί ως δεκαδικός με όσα θέλουμε μηδενικά στο δεκαδικό μέρος.

Παράδειγμα

Έχουμε

$$8 = 8,0 \quad ή \quad 8 = 8,00.$$

- Τα μηδενικά στην αρχή του ακεραίου μέρους ή στο τέλος του δεκαδικού μέρους, είναι σαν να μην υπάρχουν.

Παράδειγμα

Έχουμε

$$9,8000 = 9,8 \quad \text{και} \quad 0006,7 = 6,7.$$

- Ονομάζουμε **δεκαδικό κλάσμα** κάθε κλάσμα που έχει παρονομαστή **μία δύναμη του 10.**

Παράδειγμα

Τα κλάσματα $\frac{47}{100}, \frac{52}{1000}$ είναι δεκαδικά κλάσματα, αφού

$$100 = 10^2 \quad \text{και} \quad 1000 = 10^3.$$

- Οι δεκαδικοί αριθμοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις του ίδιου αριθμού.

Παράδειγμα

Έχουμε

$$\frac{23}{100} = 0,23.$$

- Αν δύο δεκαδικοί αριθμοί έχουν διαφορετικό ακέραιο μέρος, μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει το μεγαλύτερο ακέραιο μέρος.

Παράδειγμα

Έχουμε $12,53 > 11,895$, διότι $12 > 11$.

- Αν δύο δεκαδικοί αριθμοί έχουν το ίδιο ακέραιο μέρος, μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει το μεγαλύτερο δεκαδικό μέρος.

Παράδειγμα

Έχουμε $23,728 > 23,7195$, διότι $23,728 = 23,7280$ και $7280 > 7195$.

- Για να **στρογγυλοποιήσουμε** ένα δεκαδικό αριθμό σε κάποια δεκαδική τάξη, εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης και το συγκρίνουμε με το 5.

- Αν αυτό είναι **μικρότερο του 5**, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικροτέρων τάξεων μηδενίζονται.
- Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5**, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

Παράδειγμα

$76,4853 \rightarrow 76,485$ (στρογγυλοποίηση στο 3ο δεκαδικό ψηφίο)

$76,4853 \rightarrow 76,49$ (στρογγυλοποίηση στο 2ο δεκαδικό ψηφίο)

$76,4853 \rightarrow 76,5$ (στρογγυλοποίηση στο 1ο δεκαδικό ψηφίο)

Λυμένες Ασκήσεις

1. **Να γράψετε ως δεκαδικό αριθμό καθένα από τα παρακάτω δεκαδικά κλάσματα:**

i) $\frac{71}{10}$ **ii)** $\frac{9}{100}$ **iii)** $\frac{7986}{100}$ **iv)** $\frac{1453}{1000}$.

Λύση

i) Έχουμε

$$\frac{71}{10} = 71:10 = 7,1$$

ii) Έχουμε

$$\frac{9}{100} = 9:100 = 0,09$$

iii) Έχουμε

$$\frac{7986}{100} = 7986:100 = 79,86$$

iv) Έχουμε

$$\frac{1453}{1000} = 1453:1000 = 1,453$$

Σημείωση
Δεκαδικό κλάσμα λέγεται κάθε κλάσμα που έχει παρονομαστή **μια δύναμη του 10**.

Σημείωση
Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται ως δεκαδικός με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα μηδενικά έχει ο παρονομαστής.

2. **Να γράψετε ως δεκαδικά κλάσματα τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς:**
i) $\mathbf{4,7}$ **ii)** $\mathbf{37,49}$ **iii)** $\mathbf{4,067}$.

Λύση

i) Έχουμε

$$4,7 = 47:10 = \frac{47}{10}$$

ii) Έχουμε

$$37,49 = 3749:100 = \frac{3749}{100}.$$

iii) Έχουμε

$$4,067 = 4067:1000 = \frac{4067}{1000}.$$

Μεθοδολογία

Για να γράψουμε έναν δεκαδικό ως δεκαδικό κλάσμα γράφουμε ως αριθμητή τον αριθμό χωρίς υποδιαστολή και ως παρονομαστή το 1 με τόσα μηδενικά, όσα είναι τα δεκαδικά ψηφία του αριθμού.

3. **Να γράψετε κατά φθίνουσα σειρά τους αριθμούς (από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο):**

0,54 5,400 5,04 0,054 54,00 5,004.

Λύση

Εξετάζουμε πρώτα τα ακέραια μέρη τους. Το μεγαλύτερο ακέραιο μέρος (54) το έχει ο αριθμός 54,00. Άρα αυτός είναι ο μεγαλύτερος.

Στη συνέχεια ελέγχουμε τους αριθμούς

5,400, 5,04, 5,004

που έχουν το ίδιο ακέραιο μέρος (5).

Συγκρίνουμε ψηφίο δεκάτων. Το μεγαλύτερο είναι το 4. Άρα, από τους παραπάνω μεγαλύτερος είναι ο 5,400.

Οι αριθμοί 5,04 και 5,004 έχουν το ίδιο ψηφίο δεκάτων. Ο 5,04 είναι μεγαλύτερος γιατί έχει μεγαλύτερο ψηφίο εκατοστού.

Μεθοδολογία

Για να συγκρίνουμε δεκαδικούς, συγκρίνουμε πρώτα τα ακέραια μέρη τους. Αν αυτά είναι ίσα, τότε συγκρίνουμε διαδοχικά τα δέκατα, τα εκατοστά, τα χιλιοστά κ.ο.κ. Αν τυχόν λείπουν δεκαδικά ψηφία από κάποιον, συμπληρώνουμε με μηδενικά και κάνουμε τη σύγκριση όπως στο ακέραιο μέρος.

Με παρόμοιο τρόπο διαπιστώνουμε ότι ο 0,54 είναι μεγαλύτερος από τον 0,054 γιατί έχουν ίδια ακέραια μέρη, αλλά ο πρώτος έχει μεγαλύτερο ψηφίο δέκατου. Τελικά,

$$54,00 > 5,400 > 5,04 > 0,54 > 0,054.$$

4. **Να τοποθετήσετε το σύμβολο $<$ ή $=$ ή $>$ μεταξύ των αριθμών:**

i) $\mathbf{37,286 \ldots 37,197}$ **ii)** $\mathbf{830,11 \ldots 749,99}$

iii) $\mathbf{104,7 \ldots 104,70}$ **iv)** $\mathbf{207,572 \ldots 202,58}$.

Λύση

i) Έχουμε

$$37,286 > 37,197,$$

αφού οι αριθμοί έχουν το ίδιο ακέραιο μέρος, όμως το δεκαδικό μέρος του πρώτου δεκαδικού αριθμού αρχίζει με μεγαλύτερο ψηφίο.

ii) Έχουμε

$$830,11 > 749,99,$$

αφού ο πρώτος αριθμός έχει μεγαλύτερο ακέραιο μέρος από τον δεύτερο.

iii) Έχουμε

$$104,7 = 104,70.$$

Παρατήρηση

Τα μηδενικά στο τέλος ενός δεκαδικού δεν έχουν καμία αξία.

iv) Έχουμε

$$202,58 = 202,580.$$

Οπότε

$$202,572 < 202,580$$

Μεθοδολογία

Αν τυχόν λείπουν δεκαδικά ψηφία, συμπληρώνουμε με μηδενικά και κάνουμε τη σύγκριση όπως στο ακέραιο μέρος.

5. **Να στρογγυλοποιήσετε στο δέκατο, στο εκατοστό και στο χιλιοστό τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς:**

i) $\mathbf{41,3743}$ **ii)** $\mathbf{8,427}$

iii) $\mathbf{781,006}$ **iv)** $\mathbf{63,5804}$.

Λύση

i) Ο δεκαδικός αριθμός $41,3743$ στρογγυλοποιείται ως εξής:

- στο δέκατο $41,3743 \to 41,4$
- στο εκατοστό $41,3743 \to 41,37$
- στο χιλιοστό $41,3743 \to 41,374.$

ii) Ο δεκαδικός αριθμός 8,427 στρογγυλοποιείται ως εξής:

- στο δέκατο $8,427 \rightarrow 8,4$
- στο εκατοστό $8,427 \rightarrow 8,43$
- στο χιλιοστό $8,427 \rightarrow 8,427$.

iii) Ο δεκαδικός αριθμός $781,006$ στρογγυλοποιείται ως εξής:

- στο δέκατο $781,006 \rightarrow 781$
- στο εκατοστό $781,006 \rightarrow 781,01$
- στο χιλιοστό $781,006 \rightarrow 781,006$

Μεθοδολογία

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν δεκαδικό αριθμό προσδιορίζουμε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση. Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης. Αν είναι μικρότερο του 5, τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται. Αν το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 5, τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

iv) Ο δεκαδικός αριθμός 63,5804 στρογγυλοποιείται ως εξής:

- στο δέκατο: 63,6
- στο εκατοστό: 63,58
- στο χιλιοστό: 63,580

Παρατήρηση

Οι δύο τελευταίες στρογγυλοποιήσεις δίνουν τον ίδιο αριθμό. Αυτό συμβαίνει γιατί το ψηφίο των χιλιοστών είναι 0.

6. **Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει στον αριθμό $42,6\boxed{}5$, αν γνωρίζετε ότι όταν στρογγυλοποιείται στο πλησιέστερο εκατοστό γίνεται ίσος με 42,67.**

Λύση

Επειδή το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης της στρογγυλοποίησης είναι ο αριθμός 5, το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης αυξήθηκε κατά 1 και έγινε προφανώς ο αριθμός 7. Επομένως, το ψηφίο που λείπει είναι ο αριθμός 6.

7. **Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς:**

i) $\frac{9}{4}$ **ii)** $\frac{7}{40}$ **iii)** $\frac{132}{7}$.

Λύση

i) Έχουμε

$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \cline{2-2} 10 & 2,25 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Άρα, $\frac{9}{4} = 2,25$.

> **Μεθοδολογία**
>
> Κάθε κλάσμα γράφεται σαν δεκαδικός αριθμός κάνοντας τη διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή.

ii) Έχουμε

$$\begin{array}{r|l} 7 & 40 \\ \cline{2-2} 70 & 0,175 \\ 300 & \\ 200 & \\ 0 & \end{array}$$

Άρα, $\frac{7}{40} = 0,175$.

iii) Έχουμε

$$\begin{array}{r|l} 132 & 7 \\ \cline{2-2} 62 & 18,8571... \\ 60 & \\ 40 & \\ 50 & \\ 10 & \\ 3 & \end{array}$$

Άρα, $\frac{132}{7} \simeq 18,9$ (προσέγγιση δεκάτου).

> **Παρατήρηση**
>
> Παρατηρούμε ότι στη διπλανή διαίρεση το πηλίκο δεν είναι ακριβές. Η διαίρεση διαρκώς συνεχίζεται (πηλίκο με άπειρα δεκαδικά ψηφία). Στην περίπτωση αυτή γράφουμε το κλάσμα ως δεκαδικό με προσέγγιση, χρησιμοποιώντας το σύμβολο $\simeq$.

8. **Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς:**

i) $\frac{5}{4}$ **ii)** $\frac{1}{3}$.

Λύση

i) Έχουμε

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \cline{2-2} 10 & 1,25 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Οπότε $\frac{5}{4} = 1,25$ και συνεπώς

$$\frac{5}{4} = 1,25 = 125:100 = \frac{125}{100}.$$

ii) Έχουμε

$$\begin{array}{r|l} 1,0 & 3 \\ \cline{2-2} 10 & 0,3333... \\ 10 & \\ 10 & \\ 10 & \\ \vdots & \end{array}$$

Παρατηρούμε ότι το πηλίκο δεν είναι ακριβές, οπότε το κλάσμα $\frac{1}{3}$ δεν μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό κλάσμα.

Μεθοδολογία

Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό κλάσμα:

- μετατρέπουμε το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό.
- μετατρέπουμε τον δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα.

Παρατήρηση

Δεκαδικοί αριθμοί όπως ο 0,333 ... στους οποίους τα δεκαδικά ψηφία είναι άπειρα και επαναλαμβάνονται, ονομάζονται **περιοδικοί** αριθμοί και δεν μπορούν να γραφούν ως δεκαδικά κλάσματα. Μπορούν να γραφούν όμως σαν κλάσματα με άλλο παρονομαστή.

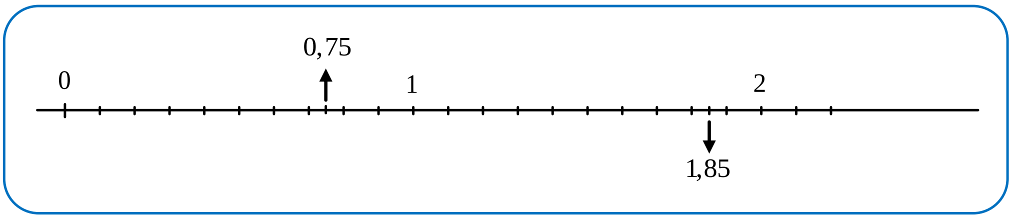
9. **Να τοποθετήσετε πάνω στην ευθεία των αριθμών τους δεκαδικούς αριθμούς:**

0,75 και 1,85.

Λύση

Για να τοποθετήσουμε δεκαδικούς αριθμούς πάνω στην ευθεία των αριθμών, χωρίζουμε κάθε μονάδα της ευθείας σε 10, 100 ... μέρη ανάλογα με το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων των αριθμών που πρέπει να τοποθετηθούν στην ευθεία.

Οι δοθέντες αριθμοί έχουν δύο δεκαδικά ψηφία. Άρα, χωρίζουμε τα διαστήματα από 0 έως 1 και από 1 έως 2 σε 100 ίσα μέρη (εκατοστά).



numerica.

A. Liapis