

ΜΕΡΟΣ Β΄: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων
Πυθαγόρειο Θεώρημα

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 1.4

Πυθαγόρειο Θεώρημα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

numerica.

A . L i a p i s

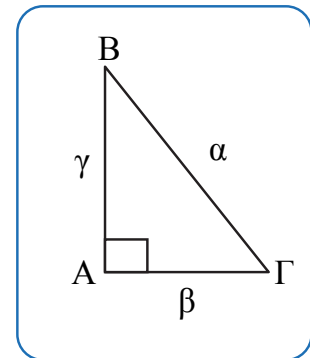
Προτεινόμενες Ασκήσεις

- 63.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):
- i) Το Πυθαγόρειο Θεώρημα ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.
 - ii) Αν σε ένα τρίγωνο με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2 = 0$, τότε $\widehat{A} = 90^\circ$.
 - iii) Αν σε ένα τρίγωνο με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 - \gamma^2 = \beta^2$, τότε $\widehat{A} = 90^\circ$.
 - iv) Αν σε ένα τρίγωνο με πλευρές α, β, γ ισχύει $\beta = \sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$, τότε $\widehat{B} = 90^\circ$.
 - v) Αν σε ένα τρίγωνο με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 = 0$, τότε $\widehat{B} = 90^\circ$.

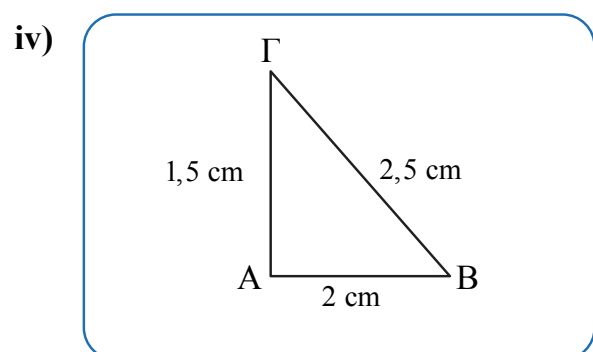
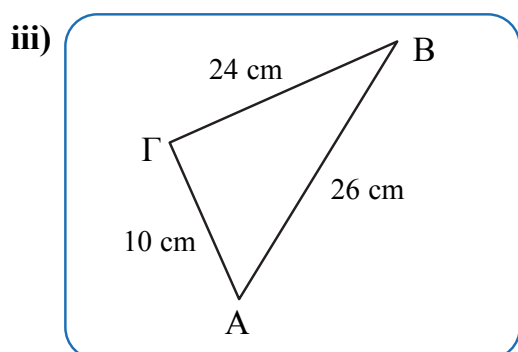
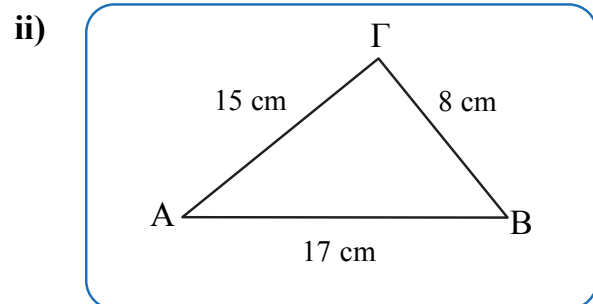
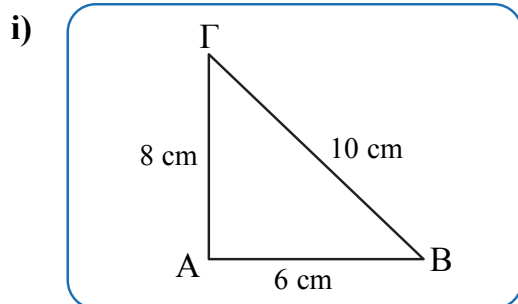
- 64.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) με πλευρές α, β και γ .

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

- i) $\beta^2 + \gamma^2 = \dots$
- ii) $\gamma^2 = \dots$
- iii) $\beta^2 = \dots$
- iv) $\alpha^2 - \gamma\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = \dots$
- v) $\alpha\sqrt{\beta^2 + \gamma^2} - \gamma^2 = \dots$
- vi) $\sqrt{\gamma^2 + \beta\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}} = \dots$

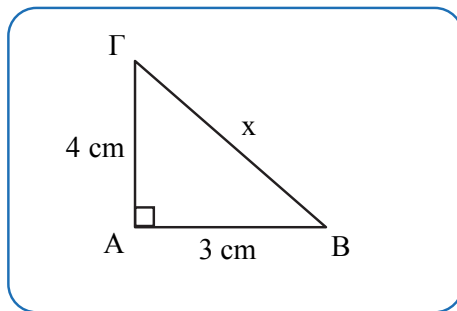


- 65.** Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω τρίγωνα είναι ορθογώνια:

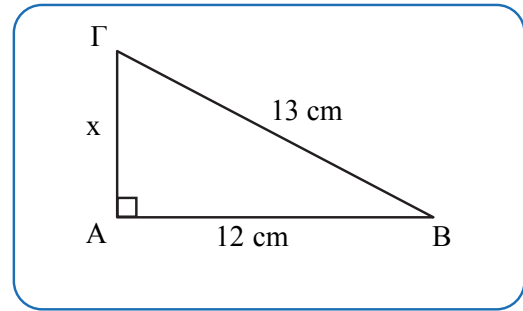


66. Να υπολογίσετε την πλευρά x στα παρακάτω τρίγωνα:

i)



ii)



67. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = \sqrt{5}$ cm, $AG = \sqrt{17}$ cm και $B\Gamma = \sqrt{22}$ cm είναι ορθογώνιο.

68. Αν η διαγώνιος ενός τετραγώνου είναι 10 cm, να υπολογίσετε:

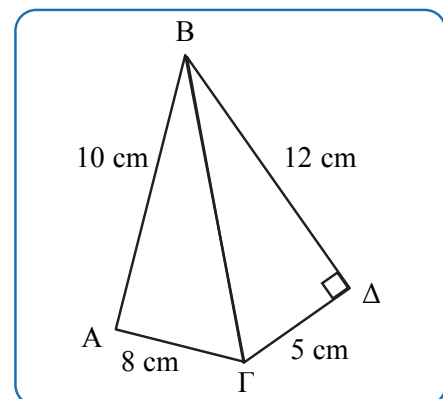
- i) την πλευρά του τετραγώνου
- ii) το εμβαδό του τετραγώνου.

69. Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι ίσο με 36 cm^2 . Να υπολογίσετε:

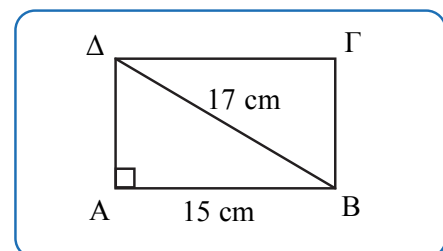
- i) την πλευρά του τετραγώνου
- ii) την διαγώνιο του τετραγώνου.

70. Στο διπλανό σχήμα:

- i) να υπολογίσετε την πλευρά $B\Gamma$
- ii) να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

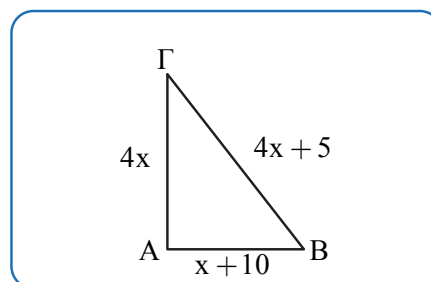


71. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ τέτοιο, ώστε $AB = 15 \text{ cm}$ και $B\Delta = 17 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.



72. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ στο διπλανό σχήμα έχει περίμετρο 60 mm.

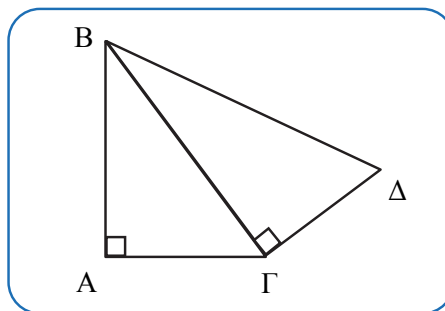
- i) Να βρείτε την τιμή του x .
- ii) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.



73. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και τέτοιο, ώστε $AB = 16$ cm και $B\Gamma = \frac{5}{3} AG$. Να υπολογίσετε:

- i) τις πλευρές $B\Gamma$ και AG
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου.

74. Στο διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι $B\Delta^2 = AB^2 + A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2$.



75. Έστω τρίγωνο ΔEZ τέτοιο, ώστε

$$Z\Delta^2 - ZE^2 = E\Delta^2.$$

- i) Τι συμπέρασμα προκύπτει για το τρίγωνο ΔEZ ;
- ii) Ποιο είναι το είδος των γωνιών $\hat{\Delta}$ και \hat{Z} ;

76. Να αποδείξετε ότι το ύψος ενός ισόπλευρου τριγώνου πλευράς a είναι

$$v = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

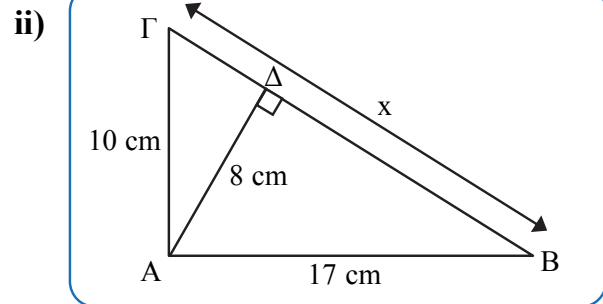
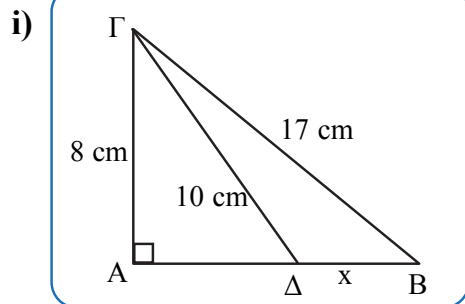
77. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ είναι ίση με 6,8 cm και το πλάτος του είναι ίσο με 1 cm. Να υπολογίσετε:

- i) το μήκος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$
- ii) τη διαγώνιο του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$
- iii) το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.

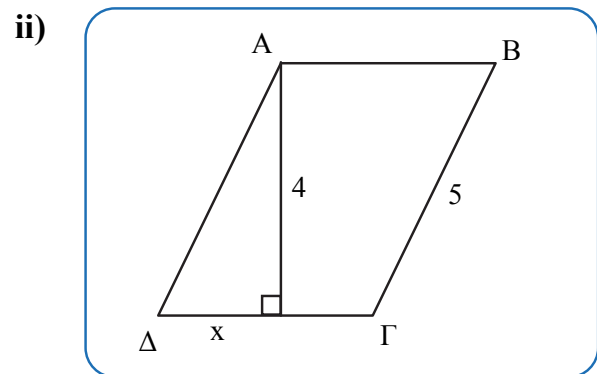
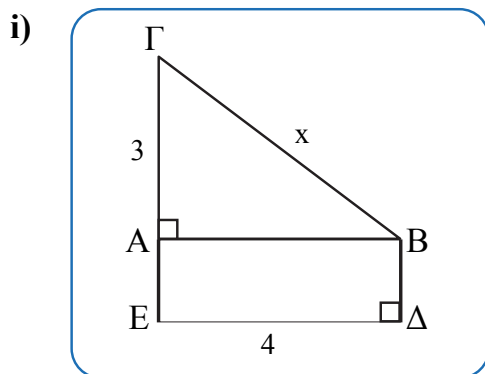
78. Αν η διαγώνιος ενός ορθογωνίου είναι διπλάσια από το πλάτος του και το μήκος του είναι ίσο με 6 cm, να υπολογίσετε:

- το πλάτος του ορθογωνίου
- το εμβαδόν του ορθογωνίου.

79. Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω σχήματα:

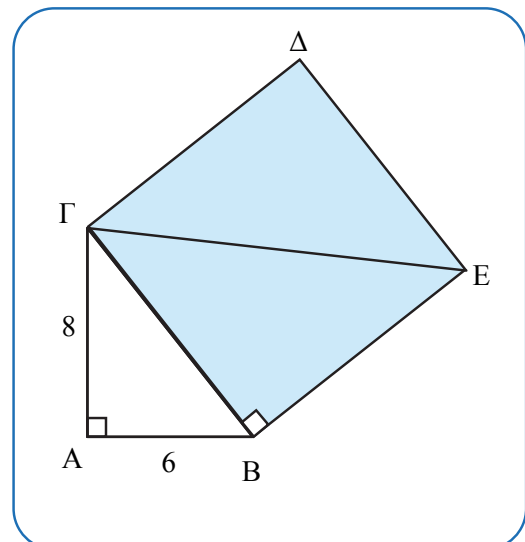


80. Στα παρακάτω σχήματα να υπολογίσετε την τιμή του x .

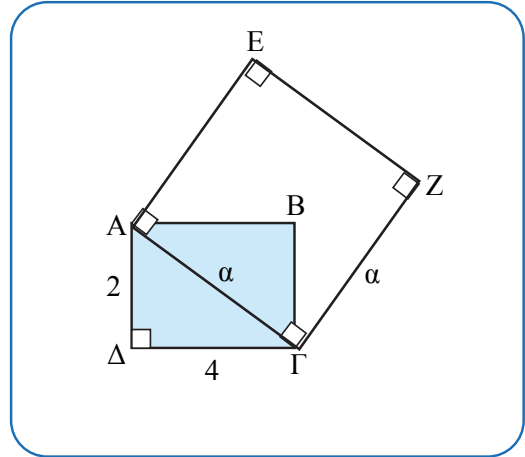


81. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

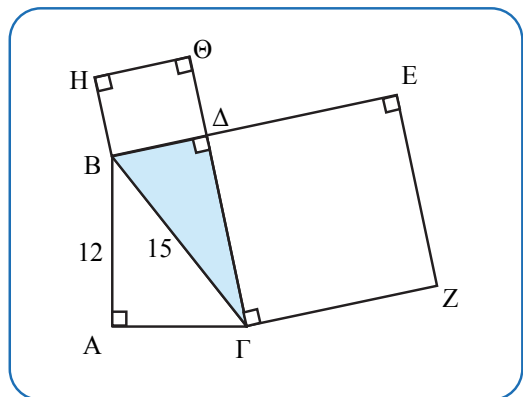
- το εμβαδόν του τετραγώνου $\Gamma\Delta EB$
- το εμβαδόν του τριγώνου ΓEB .



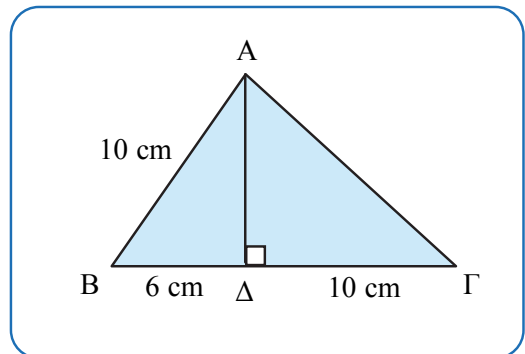
82. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
- i) το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ
 - ii) το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΕΖΓ.



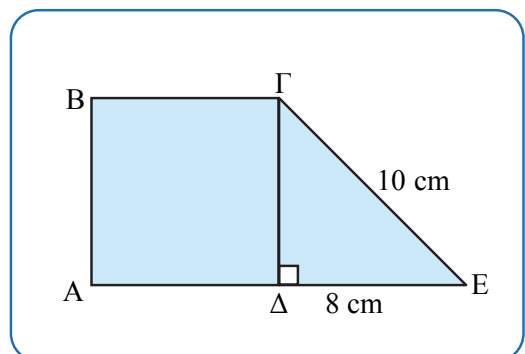
83. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
- i) την πλευρά ΑΓ
 - ii) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
 - iii) το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων ΓΔΕΖ και ΔΒΗΘ.



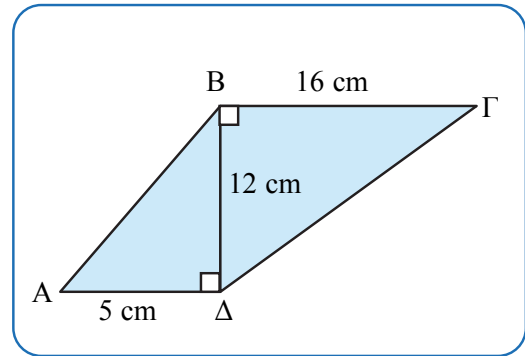
84. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ και το ύψος του ΑΔ. Αν
- $$AB = \Gamma\Delta = 10 \text{ cm}$$
- και
- $$B\Delta = 6 \text{ cm},$$
- να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.



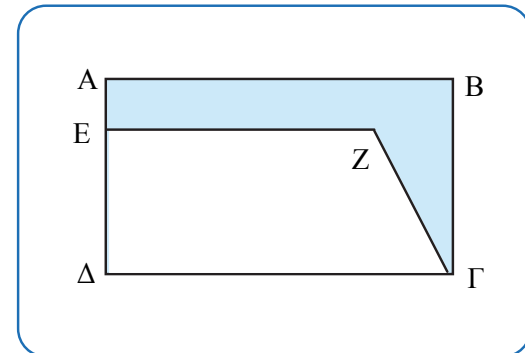
85. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραγώνου ΒΓΔΑ.



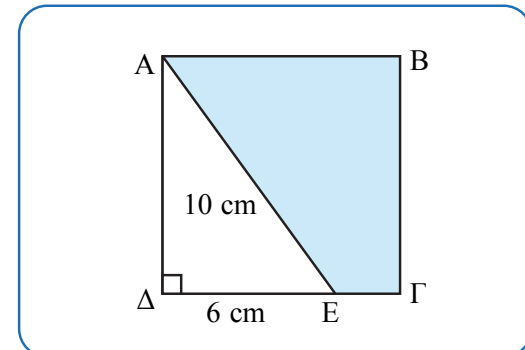
86. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
- το εμβαδό του τραapeζίου $AB\Gamma\Delta$
 - την περίμετρό του.



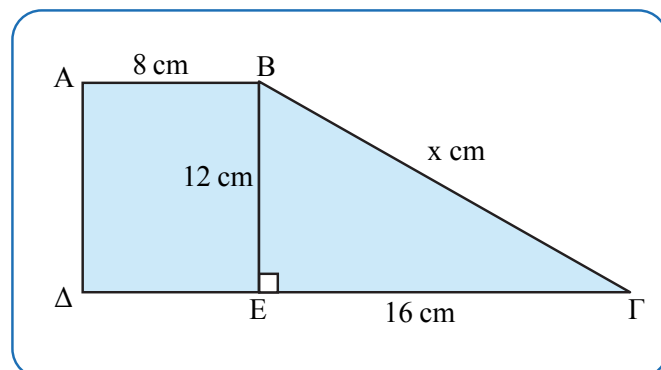
87. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. Αν $EZ \parallel \Delta\Gamma$, $AE = 2 \text{ cm}$, $EZ = 15 \text{ cm}$, $Z\Gamma = 13 \text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 20 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδό της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



88. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Πάνω στην πλευρά $\Delta\Gamma$ παίρνουμε σημείο E τέτοιο, ώστε $\Delta E = 6 \text{ cm}$. Αν $A E = 10 \text{ cm}$, να υπολογίσετε:
- το εμβαδό του τετραγώνου
 - το εμβαδό του τραapeζίου $AB\Gamma E$.

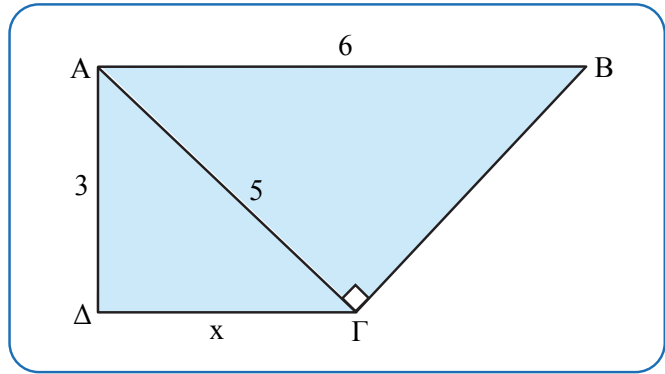


89. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
- την τιμή του x
 - την περίμετρο του τραapeζίου $AB\Gamma\Delta$.



90. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- i) την τιμή του x
- ii) το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.

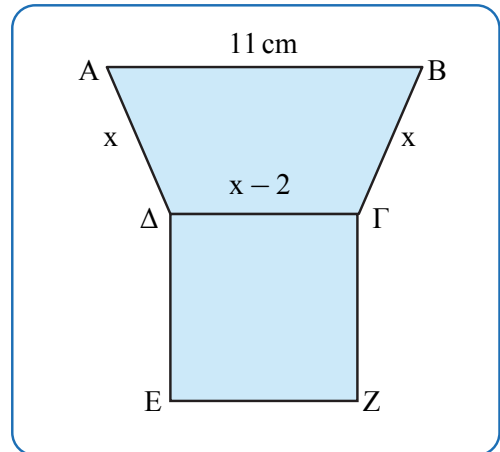


91. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$ και $A\Delta = B\Gamma$) και το τετράγωνο $\Delta\Gamma Z E$. Αν

$$AB = 11 \text{ cm}, \quad A\Delta = B\Gamma = x \text{ cm}, \\ \Delta\Gamma = x - 2 \text{ cm}$$

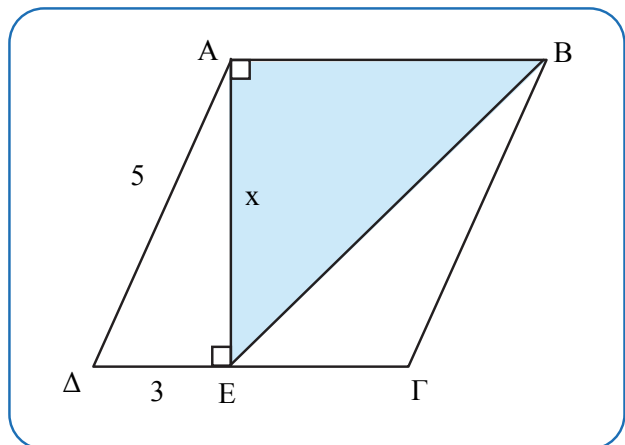
και η περίμετρος του τραπέζιου είναι 24 cm , να υπολογίσετε:

- i) το εμβαδό του τετραγώνου $\Delta\Gamma Z E$
- ii) το εμβαδό της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



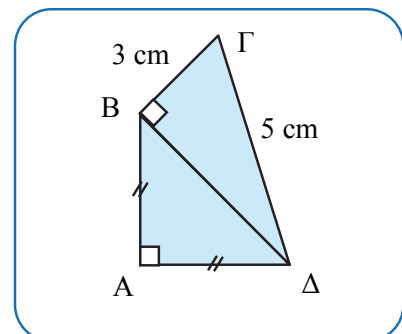
92. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος. Να υπολογίσετε:

- i) το μήκος του AE
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου ABE
- iii) το εμβαδόν του ρόμβου $AB\Gamma\Delta$.



93. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- i) την πλευρά $B\Delta$
- ii) τις πλευρές AB και $A\Delta$
- iii) το εμβαδόν του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$.



94. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές

$$AB = \sqrt{3 \cdot \sqrt{12 - \sqrt{9}} + 8 \cdot \sqrt{5 - \sqrt{1}}} , \quad B\Gamma = \sqrt{\sqrt{43 - \sqrt{49}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{200}}$$

και

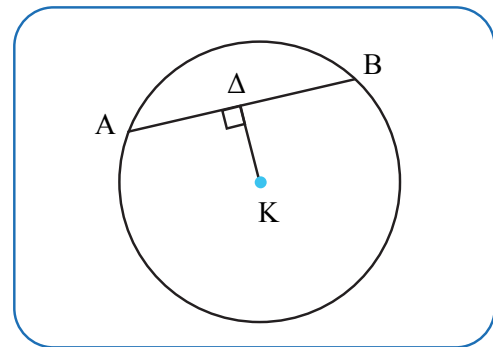
$$A\Gamma = \sqrt{25 + \sqrt{10 + \sqrt{36}}}$$

είναι ορθογώνιο.

95. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 5 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 8 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

- i) το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- iii) το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά ίση με το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου.

96. Δίνεται ο κύκλος του διπλανού σχήματος με χορδή $AB = 16 \text{ cm}$ και $K\Delta = 6 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου.



97. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά 10 cm . Να υπολογίσετε:

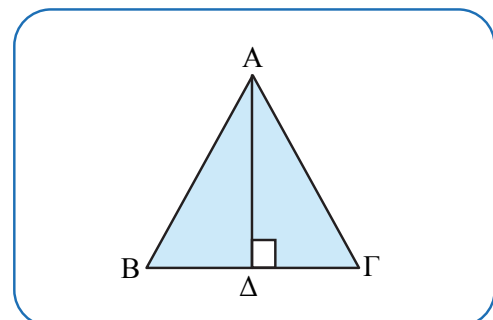
- i) το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου.

98. Να βρείτε το εμβαδό ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) όταν

$$B\Gamma = 5\sqrt{2} \text{ cm}.$$

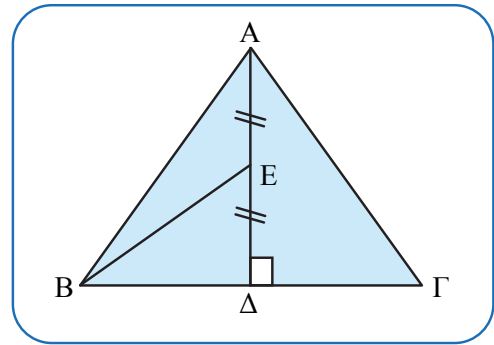
99. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος ($AB = A\Gamma$) το ύψος $A\Delta$ είναι ίσο με τη βάση $B\Gamma$. Αν $AB = A\Gamma = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε:

- i) τη βάση $B\Gamma$
- ii) το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$



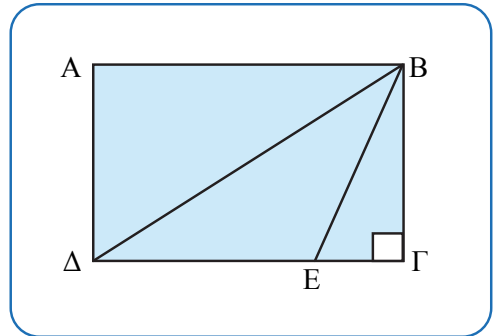
100. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς 8 cm. Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου και E το μέσο του $A\Delta$, να υπολογίσετε:

- i) το μήκος του ύψους $A\Delta$
- ii) το μήκος του BE
- iii) το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$



101. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 24$ cm, $B\Delta = 26$ cm και $\Gamma E = 8$ cm. Να υπολογίσετε:

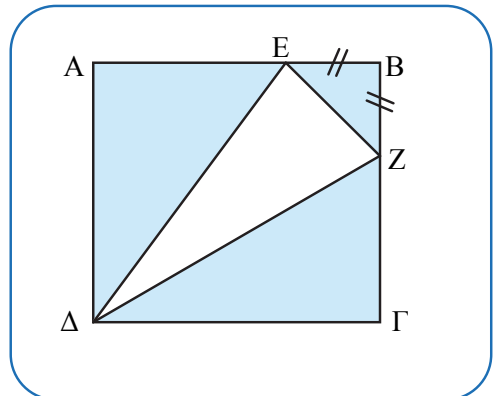
- i) το εμβαδό του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$
- ii) το μήκος της ΔE
- iii) το εμβαδό του τριγώνου ΔBE .



102. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά $a = 10$ cm.

Αν $BE = BZ = 3$ cm, να υπολογίσετε:

- i) το εμβαδό του τετραγώνου
- ii) τα εμβαδά των τριγώνων $\Delta E\Delta$, $\Delta Z\Gamma$ και BEZ
- iii) την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΔEZ .



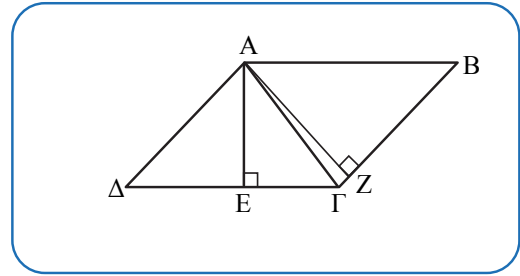
103. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, το οποίο έχει περίμετρο 50 cm και βάση $B\Gamma = 16$ cm. Να υπολογίσετε:

- i) τις άλλες πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$
- ii) το ύψος του $A\Delta$
- iii) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

- 104.** Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος έχουμε $AB = 32\text{cm}$, $E\Gamma = 11\text{cm}$ και $A\Delta = 29\text{cm}$.

Να υπολογίσετε:

- i) το τμήμα ΔE
- ii) το τμήμα $A E$
- iii) το εμβαδό του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$
- iv) το ύψος του AZ .

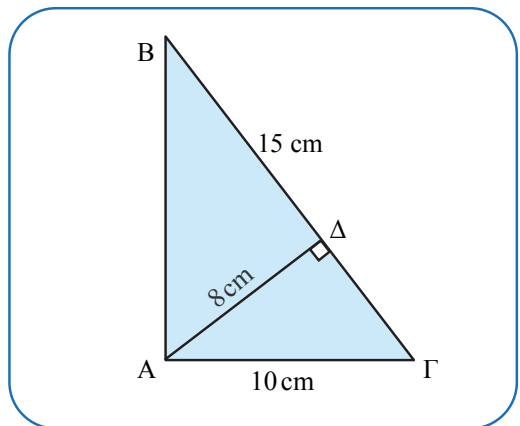


- 105.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ το οποίο έχει εμβαδό ίσο με 160 cm^2 , ύψος $AM = 16\text{cm}$ και $MB = 8\text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

- i) το ευθύγραμμο τμήμα $M\Gamma$
- ii) την πλευρά $A\Gamma$
- iii) το ύψος $B\Delta$.

- 106.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$.

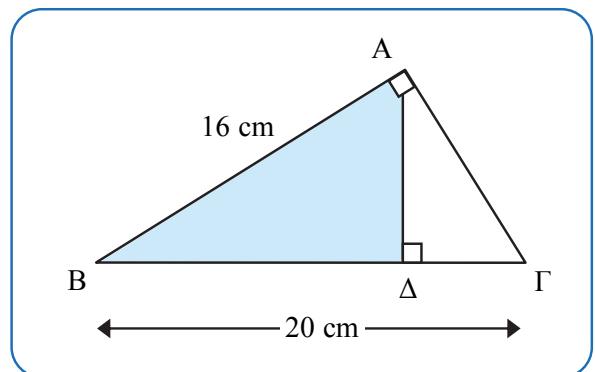
- i) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AB και $\Delta\Gamma$.
- ii) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



- 107.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$.

Να υπολογίσετε:

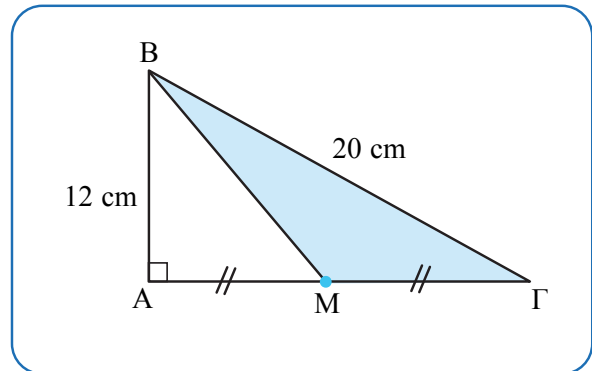
- i) την πλευρά $A\Gamma$
- ii) το ύψος $A\Delta$
- iii) το τμήμα $\Delta\Gamma$
- iv) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Delta$.



- 108.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του BM .

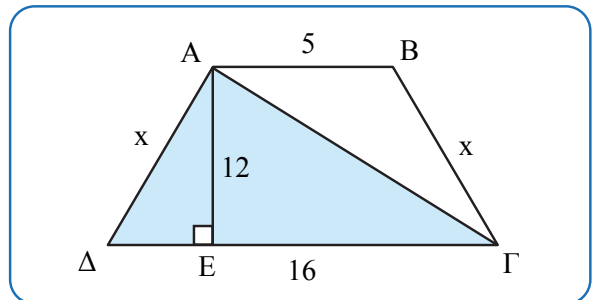
Να υπολογίσετε:

- i) την πλευρά $A\Gamma$
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου $BM\Gamma$.



- 109.** Το τραπέζιο $AB\Gamma E$ του διπλανού σχήματος έχει περίμετρο 46 cm. Να υπολογίσετε:

- i) την περίμετρο του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta\Gamma$.

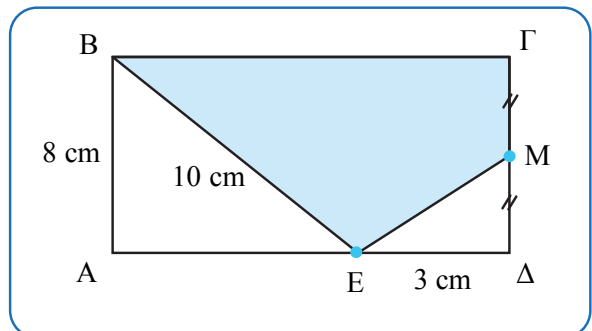


- 110.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ στο οποίο η μία κάθετη πλευρά είναι διπλάσια από την άλλη, ενώ η υποτείνουσα είναι ίση με 10 cm. Να υπολογίσετε:

- i) τις κάθετες πλευρές του τριγώνου
- ii) το εμβαδόν του τριγώνου
- iii) το ύψος $A\Delta$.

- 111.** Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι ορθογώνιο. Να υπολογίσετε:

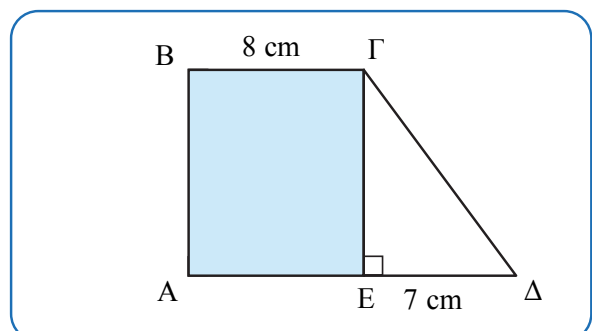
- i) το τμήμα $A\Delta$
- ii) το τμήμα EM
- iii) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $BEM\Gamma$.



- 112.** Το ορθογώνιο $AB\Gamma E$ του διπλανού σχήματος έχει περίμετρο 64 cm.

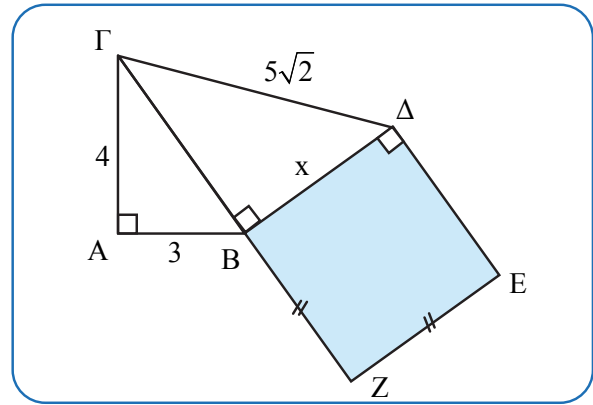
Να υπολογίσετε:

- i) την πλευρά ΓE
- ii) την πλευρά $\Gamma\Delta$
- iii) το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$.

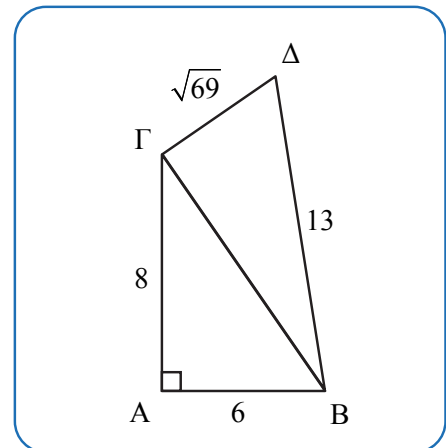


113. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- i) την τιμή του x
- ii) το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Delta EZ$.

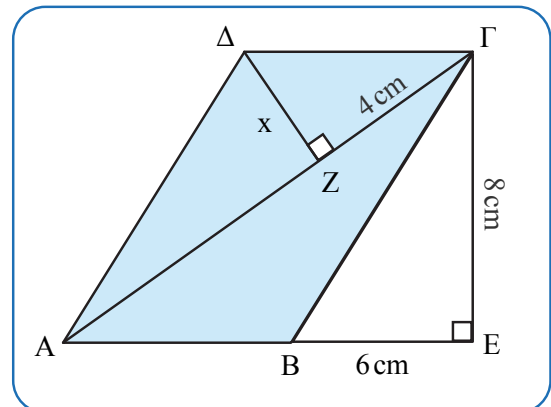


114. Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\Gamma\Delta B$ είναι επίσης ορθογώνιο.



115. Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο $\Delta Z\Gamma$ έχει εμβαδό 6 cm^2 . Να υπολογίσετε:

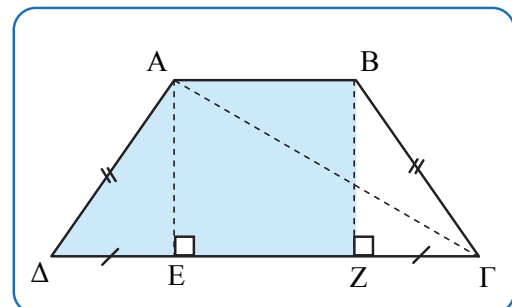
- i) το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$
- ii) το εμβαδόν του τραπέζιου $AE\Gamma\Delta$.



116. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με εμβαδό 60 cm^2 , $AB = 9 \text{ cm}$ και $AE = 5 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

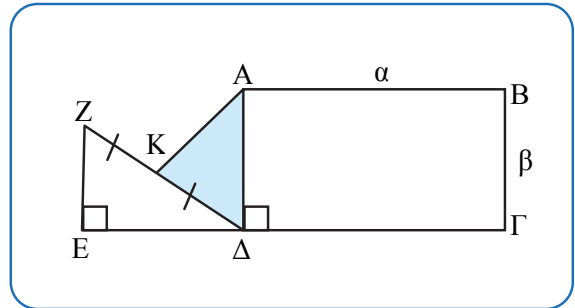
- i) την πλευρά $\Delta\Gamma$
- ii) τα τμήματα ΔE και $Z\Gamma$
- iii) τη διαγώνιο $A\Gamma$
- iv) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Delta ZB$.



117. Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 169 cm^2 και η πλευρά του έχει μήκος ίσο με το μήκος της διαγωνίου ενός ορθογωνίου, του οποίου η μία πλευρά είναι 12 cm . Να βρείτε:

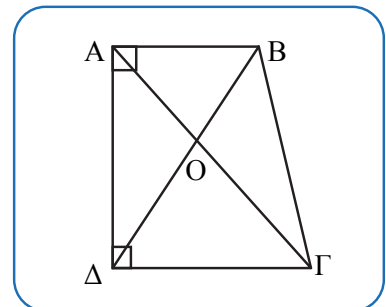
- i) το μήκος της άλλης πλευράς του ορθογωνίου
- ii) το εμβαδό του ορθογωνίου.

118. Στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος δίνεται ότι $a = 2\beta$ και η περίμετρός του είναι 78 cm . Το τρίγωνο ΔEZ είναι ορθογώνιο ($\hat{E} = 90^\circ$), K είναι το μέσο της $Z\Delta$, $E\Delta = 8 \text{ cm}$, $ZE = 6 \text{ cm}$ και $AK = 12 \text{ cm}$.



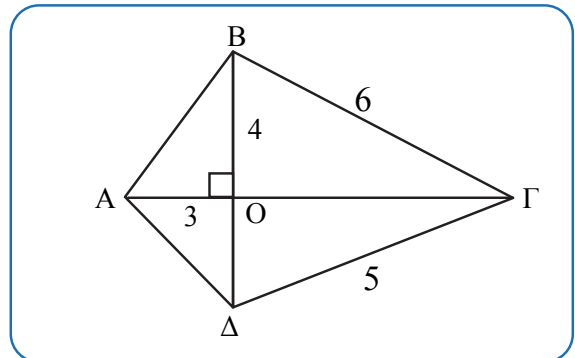
- i) Να βρείτε το εμβαδό του ορθογωνίου.
- ii) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AK\Delta$ είναι ορθογώνιο.

119. Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) έχουμε $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $A\Gamma = 15 \text{ cm}$, $B\Delta = 13 \text{ cm}$ και $A\Delta = 12 \text{ cm}$.



- i) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.
- ii) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι ισεμβαδικά.
- iii) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AO\Delta$ και $BO\Gamma$ είναι επίσης ισεμβαδικά.

120. Στο διπλανό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα στο σημείο O . Αν $OA = 3 \text{ cm}$, $OB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 6 \text{ cm}$ και $\Delta\Gamma = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε:

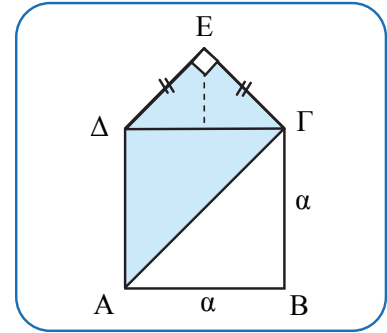


- i) την περίμετρο του τετραπλεύρου
- ii) το εμβαδό του τετραπλεύρου.

- 121.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ το οποίο έχει περίμετρο $16\sqrt{2}$ cm και ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $E\Delta\Gamma$.

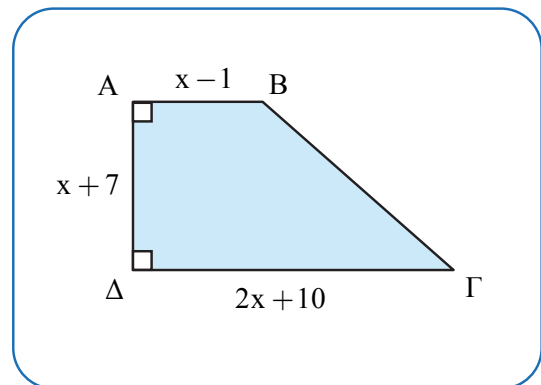
Να υπολογίσετε:

- την περίμετρο του τριγώνου $E\Delta\Gamma$
- το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Gamma E\Delta$.



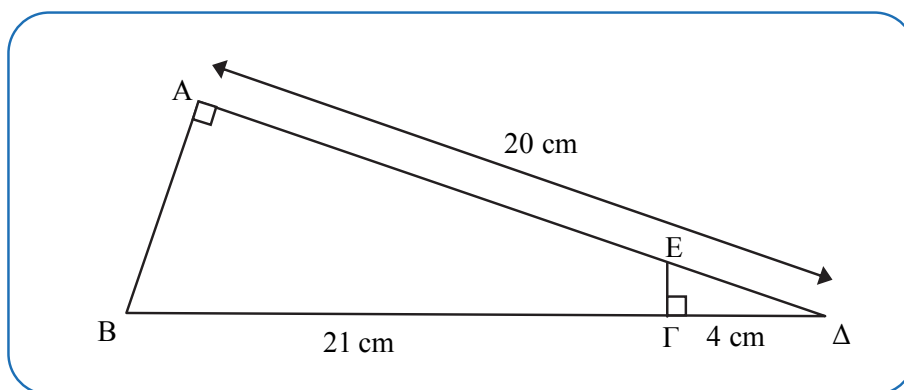
- 122.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με μεγάλη βάση πενταπλάσια της μικρής βάσης. Να υπολογίσετε:

- την τιμή του x
- το μήκος της πλευράς $B\Gamma$
- το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.



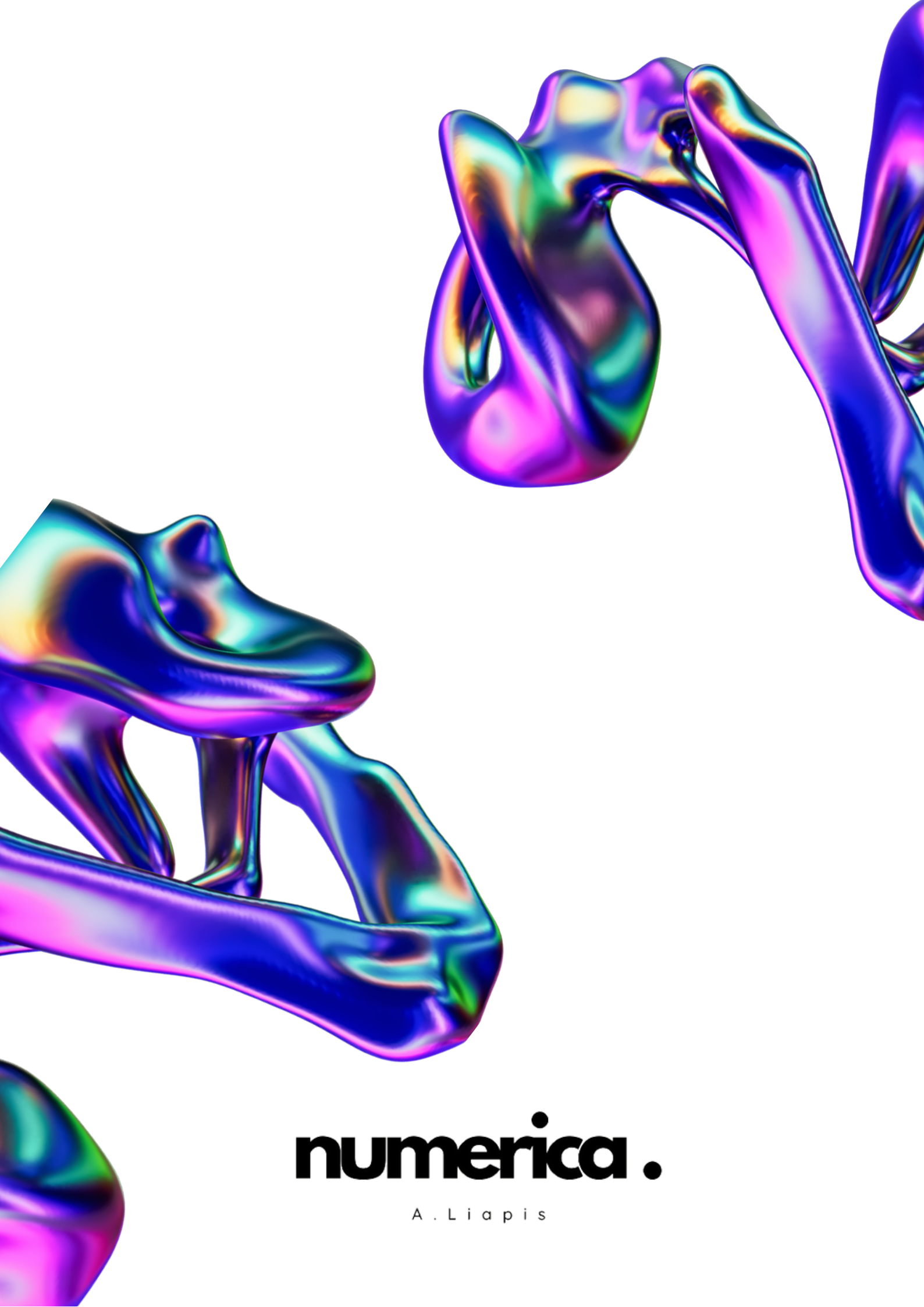
- 123.** Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο ορθογώνια τρίγωνα $AB\Delta$ και $E\Gamma\Delta$ τέτοια, ώστε $A\Delta = 20$ cm, $B\Gamma = 21$ cm, $\Gamma\Delta = 4$ cm και

$$(AB\Delta) = 25(E\Gamma\Delta).$$



Να υπολογίσετε:

- την πλευρά AB
- την πλευρά $E\Gamma$
- την περίμετρο του τριγώνου $E\Gamma\Delta$
- το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma E$.



numerica.

A . L i a p i s