

ΜΕΡΟΣ Β΄: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Τριγωνομετρία

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 2.2

Ημίτονο και Συνημίτονο
Οξείας Γωνίας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

numerica.

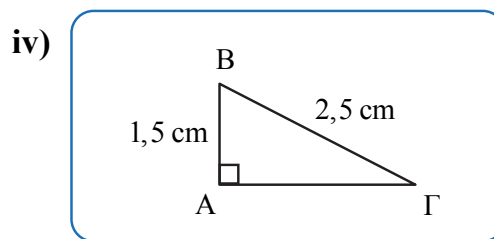
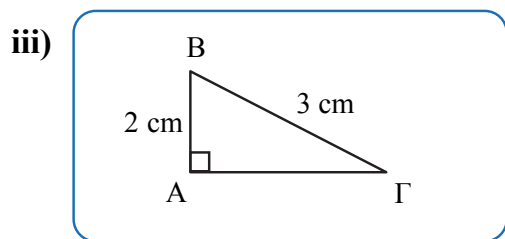
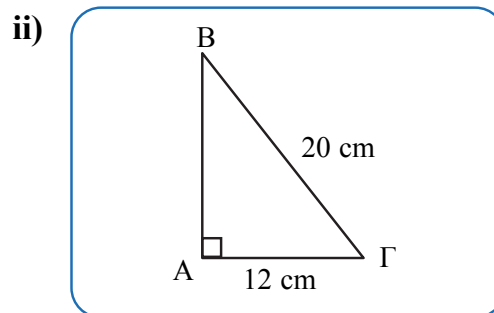
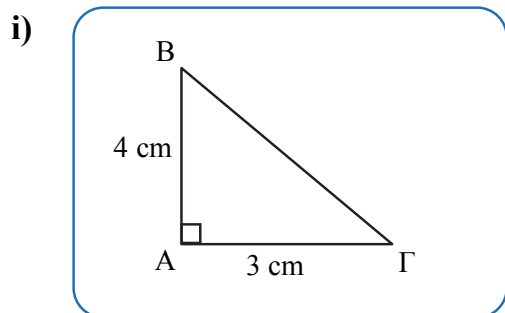
A . L i a p i s

Προτεινόμενες Ασκήσεις

22. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):

- i) Το ημίτονο κάθε οξείας γωνίας είναι αριθμός μικρότερος της μονάδας.
- ii) Για κάθε οξεία γωνία ω ισχύει ότι $\frac{\text{συν}\omega}{\text{ημ}\omega} = \text{εφ}\omega$.
- iii) Το συνημίτονο κάθε οξείας γωνίας είναι αριθμός μικρότερος της μονάδας.
- iv) Υπάρχει οξεία γωνία ω τέτοια, ώστε να ισχύει ότι $\text{συν}\omega = -2$.
- v) Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ ισχύει $\text{ημ}B \cdot \text{συν}\Gamma = 1$.

23. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:



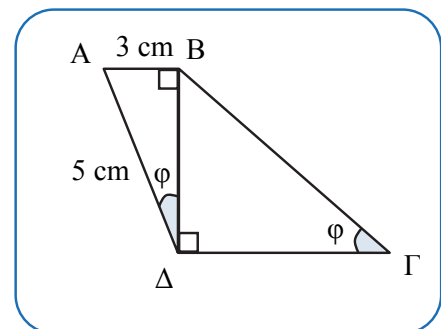
24. Δίνεται οξεία γωνία $\hat{\omega}$ τέτοια, ώστε $\text{ημ}\omega = \frac{4}{5}$. Να υπολογίσετε:

- i) το $\text{συν}\omega$
- ii) την $\text{εφ}\omega$.

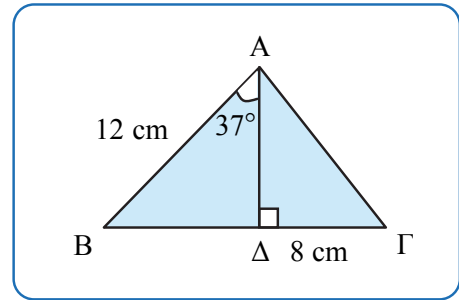
25. Δίνεται οξεία γωνία $\hat{\omega}$ τέτοια, ώστε $\text{εφ}\omega = \frac{7}{24}$. Να υπολογίσετε:

- i) το $\text{συν}\omega$
- ii) το $\text{ημ}\omega$.

26. Δίνεται οξεία γωνία $\hat{\omega}$ τέτοια, ώστε $\text{συν}\omega = 0,6$. Να υπολογίσετε:
- i) το $\eta\mu\omega$ ii) την $\varepsilon\phi\omega$.
27. Να αποδείξετε ότι για κάθε οξεία γωνία $\hat{\omega}$ ισχύουν οι σχέσεις:
- i) $2\eta\mu\omega + 6 < 8$ ii) $3\text{συν}\omega - 1 < 2$
- iii) $7 - 2\text{συν}\omega > 5$ iv) $\eta\mu\omega + 2\text{συν}\omega < 3$.
28. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι:
- i) $(\eta\mu B)^2 + (\text{συν}B)^2 = 1$ ii) $(\text{συν}\Gamma)^2 + (\text{συν}B)^2 = 1$
- iii) $\text{συν}\Gamma = \eta\mu B$ και $\text{συν}B = \eta\mu\Gamma$ iv) $\varepsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\text{συν}B}$ και $\varepsilon\phi\Gamma = \frac{\eta\mu\Gamma}{\text{συν}\Gamma}$.
29. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύει η σχέση $\eta\mu B = \text{συν}B$ τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
30. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) τέτοιο, ώστε $\eta\mu B = \varepsilon\phi B$.
31. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ τέτοιο, ώστε $A\Gamma = 4$ και $B\Gamma = 8$.
Να αποδείξετε ότι $\frac{\text{συν}B}{1 - \eta\mu B} = \varepsilon\phi\Gamma$.
32. Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνια. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.



- 33.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Να υπολογίσετε:
- το τμήμα $B\Delta$
 - το ύψος $A\Delta$
 - το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



- 34.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Αν

$$A\Delta = 6, \quad \eta\mu B = \frac{2}{3} \quad \text{και} \quad \eta\mu\Gamma = \frac{3}{4},$$

να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων

AB , ΔB και $A\Gamma$.

- 35.** Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) με πλευρές α , β , γ τέτοιο, ώστε

$$\eta\mu\Gamma = \frac{5}{13}.$$

- Να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{5}{13}\alpha$ και $\beta = \frac{12}{13}\alpha$.
- Να υπολογίσετε το $\text{συν}\Gamma$ και την $\text{εφ}\Gamma$.

- 36.** Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$, τέτοιο, ώστε

$$AB = 20 \text{ cm} \quad \text{και} \quad \eta\mu\Gamma = \frac{4}{5}.$$

Να υπολογίσετε:

- την πλευρά $B\Gamma$
- την πλευρά $A\Gamma$
- τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$
- το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

- 37.** Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$, τέτοιο, ώστε

$$AB = 48 \text{ cm} \quad \text{και} \quad \text{συν}B = \frac{24}{25}.$$

Να υπολογίσετε:

- την πλευρά $A\Gamma$
- το $\eta\mu B$ και την $\text{εφ}B$
- το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

38. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Αν

$$\varepsilon\phi B = 3, \quad \eta\mu\Gamma = \frac{2}{3} \quad \text{και} \quad B\Delta = 2,$$

να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων

$$A\Delta, AB \quad \text{και} \quad A\Gamma.$$

39. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$ τέτοιο, ώστε

$$AB = 3\sqrt{3} \text{ cm} \quad \text{και} \quad \eta\mu B = \frac{1}{2}.$$

Να υπολογίσετε τις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$.

40. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$ τέτοιο, ώστε

$$A\Gamma = 4\sqrt{2} \text{ m} \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu B = \frac{1}{3}.$$

Να υπολογίσετε τις πλευρές AB και $B\Gamma$.

41. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) τέτοιο, ώστε $A\Gamma = 3AB$.

i) Να υπολογίσετε τις $\varepsilon\phi\Gamma$ και $\varepsilon\phi B$.

ii) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $(\sigma\upsilon\nu\Gamma)^2$ και $(\sigma\upsilon\nu B)^2$.

42. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 4\sqrt{2}$, $\beta = 2\sqrt{3}$ και $\gamma = \sqrt{20}$.

i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90^\circ$.

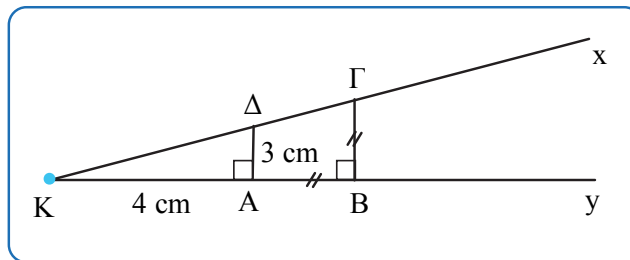
ii) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \widehat{B} .

43. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$ τέτοιο, ώστε $A\Delta = 12 \text{ cm}$. Αν ισχύουν οι σχέσεις

$$\varepsilon\phi\Gamma = 2 \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu B = \frac{1}{2},$$

να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $\Gamma\Delta$, $B\Delta$ και AB .

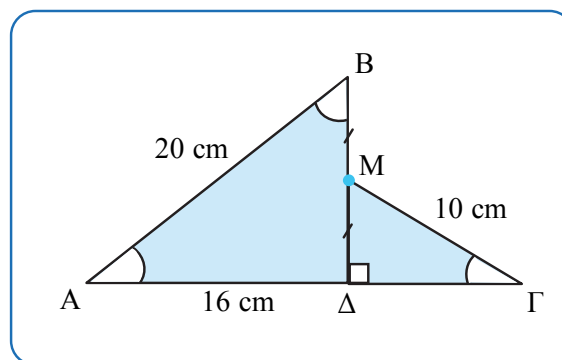
44. Στο διπλανό σχήμα έχουμε
 $AB = B\Gamma$, $A\Delta = 3\text{ cm}$
 $KA = 4\text{ cm}$ και $K\Gamma = 20\text{ cm}$.



Να υπολογίσετε:

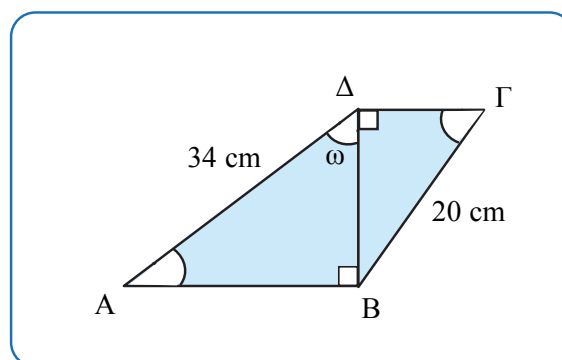
- i) τις πλευρές AB και $B\Gamma$
- ii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \widehat{K}
- iii) το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$
- iv) την τιμή της παράστασης
 $\eta\mu\Gamma \cdot \epsilon\phi\widehat{K} + \sigma\upsilon\nu\Gamma + \epsilon\phi\Gamma \cdot \eta\mu\widehat{K}$.

45. Στο διπλανό σχήμα γνωρίζουμε ότι
 $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \sigma\upsilon\nu\widehat{A}$ και ότι το σημείο M
 είναι το μέσο της πλευράς $B\Delta$. Να
 υπολογίσετε:



- i) την πλευρά $M\Delta$
- ii) την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος
- iii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \widehat{B}
- iv) το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.

46. Στο διπλανό σχήμα έχουμε
 $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\widehat{A} = \frac{15}{17}$.



Να υπολογίσετε:

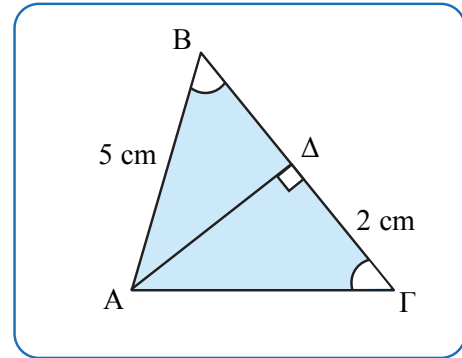
- i) την πλευρά $B\Delta$
- ii) την πλευρά AB
- iii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\widehat{\omega}$
- iv) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

47. Στο διπλανό σχήμα έχουμε
 $AB = 5 \text{ cm}$, $\Delta\Gamma = 2 \text{ cm}$

και

$$\varepsilon\phi\Gamma = \frac{\eta\mu B}{2} + 1,2.$$

- i) Να υπολογίσετε:
 α) το ύψος $A\Delta$
 β) την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$
 γ) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$
 δ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
 ii) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.



48. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν
 $B\Gamma = 2AB$,
 να υπολογίσετε το ημίτονο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

49. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές με $AB = \Delta B$ και ισχύουν οι σχέσεις

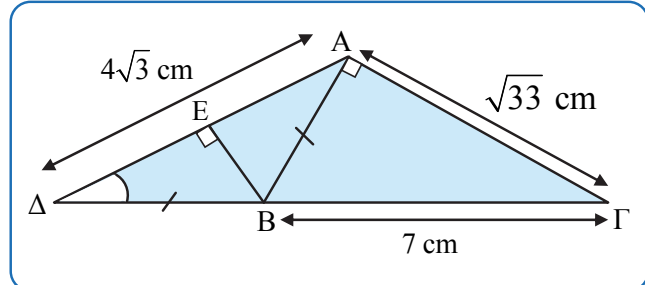
$$A\Gamma = \sqrt{33} \text{ cm}, B\Gamma = 7 \text{ cm}$$

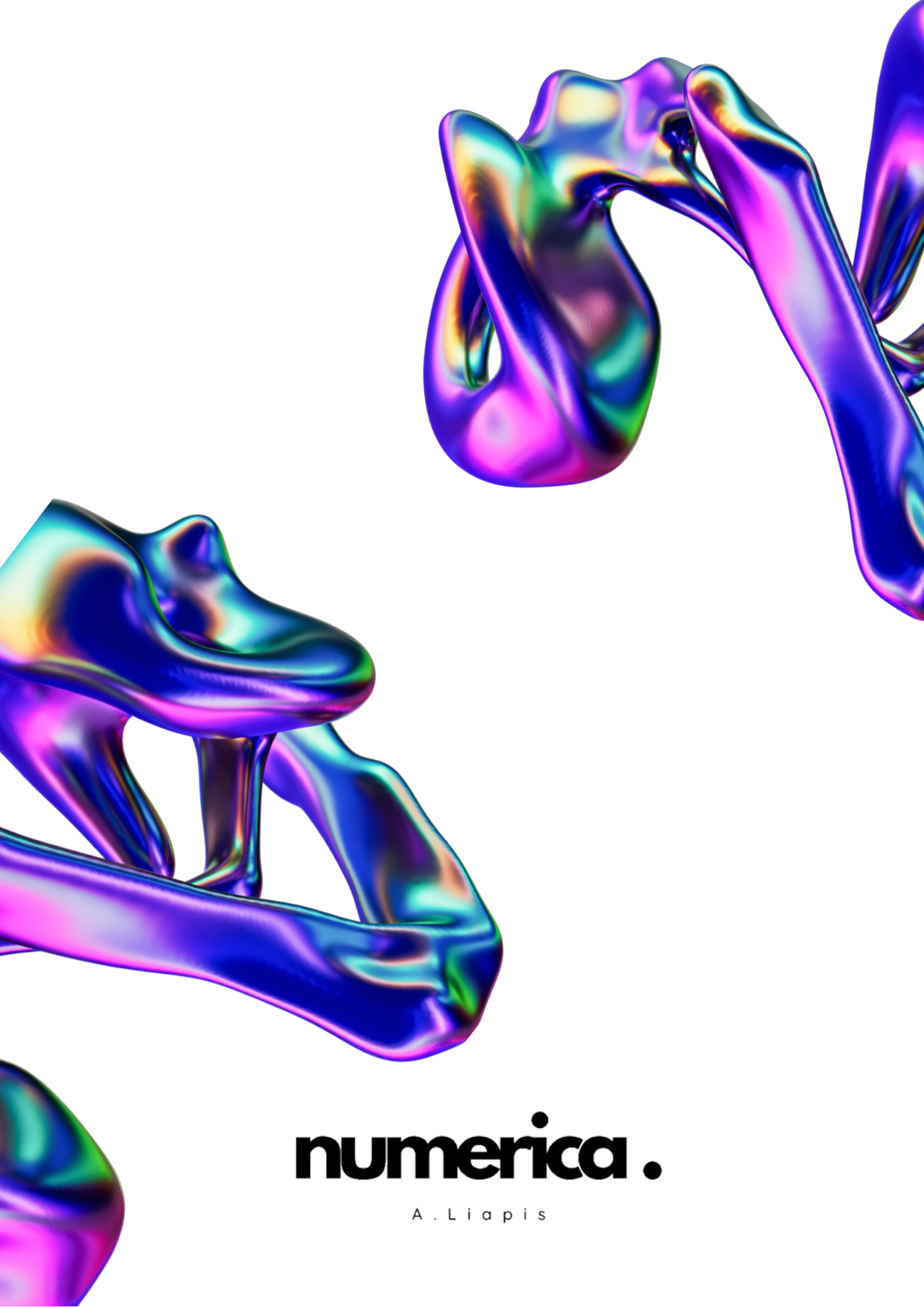
και

$$A\Delta = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

Να υπολογίσετε:

- i) το ύψος BE του τριγώνου $AB\Delta$
 ii) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\Delta}$
 iii) το εμβαδόν του τριγώνου $A\Gamma\Delta$.





numerica.

A . L i a p i s