

# Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Όριο - Συνέχεια  
Συνάρτησης

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 1.2.B

Συναρτήσεις  
• Ισότητα Συναρτήσεων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**numerica.**

A . L i a p i s



### Προτεινόμενες Ασκήσεις

**30.** Να εξετάσετε σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις ισχύει  $f = g$ . Στις περιπτώσεις που ισχύει  $f \neq g$ , να βρείτε το ευρύτερο υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  για το οποίο ισχύει  $f(x) = g(x)$ .

i)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$  και  $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$

ii)  $f(x) = \ln e^x$  και  $g(x) = x$

iii)  $f(x) = \ln x^2$  και  $g(x) = 2 \ln x$

iv)  $f(x) = \ln(x-1)(x-2)$  και  $g(x) = \ln(x-1) + \ln(x-2)$ .

**31.** Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

και

$$g(x) = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$$

είναι ίσες.

**32.** Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 1}{x^2 - 1}$$

και

$$g(x) = \frac{|x| + 1}{|x| - 1}.$$

είναι ίσες.

**33.** Να αποδείξετε ότι οι συναρτήσεις

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x}}$$

και

$$g(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x}}$$

δεν είναι ίσες. Στη συνέχεια, να βρείτε το ευρύτερο υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  για το οποίο ισχύει

$$f(x) = g(x).$$

**34.** Έστω οι συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει

$$(f(x))^2 + (g(x))^2 + 2 = 2f(x) + 2g(x) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Να αποδείξετε ότι  $f = g$ .

**35.** Έστω δύο συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες, ώστε

$$f(x) = x + 1 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

και

$$g(x)(g(x) - 2x) = 1 - x^2 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  βρίσκεται πάνω από την ευθεία  $y = x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι  $f = g$ .

**36.** Έστω δύο συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες, ώστε

$$f^2(x) + g^2(x) \leq af(x)g(x) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- i) Αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  έχουν κοινό σημείο  $A(x_0, y_0)$  το οποίο δεν ανήκει στον άξονα  $x'x$ , να αποδείξετε ότι  $a \geq 2$ .
- ii) Αν  $a = 2$ , να αποδείξετε ότι  $f = g$ .

**37.** Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$  για τις οποίες οι συναρτήσεις

$$f(x) = \alpha x^2(x-1) + \beta x(x-2) + \gamma, \quad x \in \mathbb{R}$$

και

$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 8x + 5, \quad x \in \mathbb{R}$$

είναι ίσες.

**38.** Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$  για τις οποίες οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{\alpha}{x-1} + \frac{\beta}{x+\gamma}$$

και

$$g(x) = \frac{5x-7}{x^2-3x+2}$$

είναι ίσες.





**numerica.**

A . L i a p i s