

# Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Όριο - Συνέχεια  
Συνάρτησης

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 1.8.Ε

Συνέχεια Συνάρτησης

- Το Θεώρημα Μέγιστης και Ελάχιστης Τιμής

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**numerica.**

A . L i a p i s



### Προτεινόμενες Ασκήσεις

**258.** Έστω συνάρτηση  $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοια, ώστε η εξίσωση  $f(x) = \kappa$  να έχει λύση αν και μόνο αν  $3 < \kappa \leq 4$ .

i) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$ .

ii) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής.

**259.** Έστω συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , η οποία είναι 1-1 και συνεχής. Να αποδείξετε ότι:

i) υπάρχει μοναδικός  $x_0 \in [1, 5]$  τέτοιος, ώστε

$$f(x_0) = \frac{f(1) + 2f(4) + f(5)}{4}$$

ii) αν επιπλέον ισχύουν οι σχέσεις

$$f(1) + 2f(4) = 5 \quad \text{και} \quad f(5) = -5,$$

τότε  $f(7) < 0$ .

**260.** Έστω συνάρτηση  $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ , η οποία είναι συνεχής και τέτοια, ώστε

$$10f(0) < f(2) + 5f(3) + 4f(4) < 10f(1).$$

Να αποδείξετε ότι:

i) υπάρχει  $x_0 \in [2, 4]$  τέτοιος, ώστε

$$f(x_0) = \frac{f(2) + 5f(3) + 4f(4)}{10}$$

ii) η συνάρτηση  $f$  δεν είναι 1-1.

**261.** Έστω δύο συναρτήσεις  $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες, ώστε

$$f(\alpha) > \beta, \quad f(\beta) < \alpha$$

και

$$g(x) = f(x) - x \quad \text{για κάθε} \quad x \in [\alpha, \beta].$$

Να αποδείξετε ότι:

i) αν ισχύει η σχέση  $g(x) \neq 0$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$  τότε η  $f$  δεν είναι συνεχής

ii) αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής, τότε υπάρχει ένα τουλάχιστον  $\xi \in [\alpha, \beta]$  τέτοιο, ώστε

$$f(x) - f(\xi) \geq x - \xi \quad \text{για κάθε} \quad x \in [\alpha, \beta].$$

**262.** Έστω συνάρτηση  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοια, ώστε

$$f(0) = f(1) < f\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{και} \quad f(x^2) > f(x) \quad \text{για κάθε } x \in (0, 1).$$

Να αποδείξετε ότι:

- i)** το  $f(0)$  δεν είναι ολικό μέγιστο της συνάρτησης  $f$
- ii)** η συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής.

**263.** Έστω δύο συναρτήσεις  $f, g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοιες, ώστε

$$f(x) \leq g(x) \quad \text{για κάθε } x \in [1, 2].$$

Αν το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το διάστημα  $[3, +\infty)$ , να αποδείξετε ότι:

- i)** οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  δεν έχουν ολικό μέγιστο
- ii)** οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  δεν είναι συνεχείς.





**numerica.**

A . L i a p i s