



Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Διαφορικός Λογισμός
(Β' Μέρος)

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

numerica.

A . L i a p i s

Ερωτήσεις Θεωρίας

1. Να διατυπώσετε το θεώρημα του Rolle και να δώσετε τη γεωμετρική του ερμηνεία.
2. Να διατυπώσετε το θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού και να δώσετε την γεωμετρική του ερμηνεία.
3. Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και τέτοια, ώστε $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . Να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .
4. Έστω δύο συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα Δ και τέτοιες, ώστε $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . Να αποδείξετε ότι υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε $f(x) = g(x) + c$ για κάθε $x \in \Delta$.
5. Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και τέτοια, ώστε $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ .
6. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού A , παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ τοπικό μέγιστο;
7. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού A , παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ τοπικό ελάχιστο;
8. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι $f'(x_0) = 0$.
9. Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις των τοπικών ακροτάτων μιας συνάρτησης f σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
10. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζουμε κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ ;
11. Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της συνάρτησης f .

12. Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν η $f'(x)$ διατηρεί πρόσημο στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$, να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ δεν είναι τοπικό ακρότατο και η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) .
13. Πώς βρίσκουμε το μέγιστο και το ελάχιστο μιας συνάρτησης f , η οποία είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$;
14. Έστω μία συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του. Πότε λέμε ότι η f στρέφει τα κοίλα προς τα άνω ή είναι κυρτή στο Δ ; Να δώσετε την αντίστοιχη γεωμετρική ερμηνεία.
15. Έστω η συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του. Πότε λέμε ότι η f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο Δ ; Να δώσετε την αντίστοιχη γεωμετρική ερμηνεία.
16. Να δώσετε τον ορισμό του σημείου καμπής της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f .
17. Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις σημείων καμπής μιας συνάρτησης f , η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ ;
18. Πότε η ευθεία $x = x_0$ λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f ;
19. Πότε η ευθεία $y = \beta$ λέγεται οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο $+\infty$;
20. Πότε η ευθεία $y = \lambda x + \beta$ λέγεται ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο $+\infty$;
21. Να διατυπώσετε τον κανόνα de l' Hospital για τη μορφή $\frac{0}{0}$.
22. Να διατυπώσετε τον κανόνα de l' Hospital για τη μορφή $\frac{+\infty}{+\infty}$.



numerica.

A . L i a p i s