Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ' Λυκείου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Ολοκληρωτικός Λογισμός

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ

numerica.

A. Liapis

Ερωτήσεις Σωστού-Λάθους

1. Παράγουσα συνάρτηση μιας συνάρτησης f ορισμένης σε ένα διάστημα Δ ονομάζεται κάθε συνάρτηση F που είναι παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ και ισχύει

$F'(x)=f(x)$ για κάθε x στο εσωτερικό του Δ   Σ   Λ

2. Υπάρχει συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε διάστημα Δ και δεν έχει παράγουσα στο Δ.   Σ   Λ

3. Κάθε συνάρτηση f έχει το πολύ μία παράγουσα σε οποιοδήποτε διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της.   Σ   Λ

4. Στην έκφραση $\int_\alpha^\beta f(x)dx$ το γράμμα x είναι μία μεταβλητή και μπορεί να αντικατασταθεί με οποιοδήποτε άλλο γράμμα.   Σ   Λ

5. Για κάθε συνάρτηση f συνεχή σε διάστημα $[\alpha,\beta]$ ισχύει

$$\int_\alpha^\beta f(x)dx=\int_\alpha^\beta f(t)dt.$$

Σ   Λ

6. Το ορισμένο ολοκλήρωμα $\int_\alpha^\beta f(x)dx$ είναι πραγματικός αριθμός που εξαρτάται μόνο από τον τύπο της συνάρτησης f και τα όρια ολοκλήρωσης α, β.   Σ   Λ

7. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και κάθε $\alpha,\beta\in\Delta$ ισχύει η σχέση

$$\int_\alpha^\beta f(x)dx=-\int_\beta^\alpha f(x)dx.$$

Σ   Λ

8. Για κάθε $\alpha,\beta,c\in\mathbb{R}$ ισχύει η σχέση

$$\int_\alpha^\beta c\,dx=c(\alpha-\beta).$$

Σ   Λ

9. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και για κάθε $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$ ισχύει

$$\int_\alpha^\beta\left[\lambda f(x)+\mu g(x)\right]dx=\lambda\int_\alpha^\beta f(x)dx+\mu\int_\alpha^\beta g(x)dx.$$

Σ   Λ

10. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \Delta$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx.$$ Σ Λ

11. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ ισχύει η ισοδυναμία

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0\,.$$ Σ Λ

12. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και για κάθε παράγουσα G της f στο $[\alpha, \beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(t)dt = G(\alpha) - G(\beta).$$ Σ Λ

13. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)dx = f(\beta) - f(\alpha).$$ Σ Λ

14. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες με f', g' συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]_{\alpha}^{\beta} + \int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx.$$ Σ Λ

15. Η μέθοδος ολοκλήρωσης με αντικατάσταση εκφράζεται από τον τύπο

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(\alpha)}^{g(\beta)} f(u)du$$

υπό την προϋπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα. Σ Λ

16. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής και μη αρνητική σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0.$$ Σ Λ

17. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και τέτοια, ώστε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$, ισχύει

$$f(x) \geq 0 \text{ για κάθε } x \in [\alpha, \beta].$$ Σ Λ

18. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής, μη αρνητική και όχι παντού μηδέν σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0.$$ Σ Λ

19. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και τέτοιες, ώστε $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha,\beta]$ και $f \neq g$ στο $[\alpha,\beta]$ ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > \int_{\alpha}^{\beta} g(x)dx.$$ Σ Λ

20. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής και μη αρνητική σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$, το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=\alpha, x=\beta$ είναι $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx.$ Σ Λ

21. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και τέτοιες, ώστε $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha,\beta]$, το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f, g και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$ είναι $E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}\left(f(x)-g(x)\right)dx$. Σ Λ

22. Για κάθε συνάρτηση g η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ και τέτοια, ώστε $g(x) \leq 0$ για κάθε $x \in [\alpha,\beta]$ το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της g, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=\alpha, x=\beta$ είναι

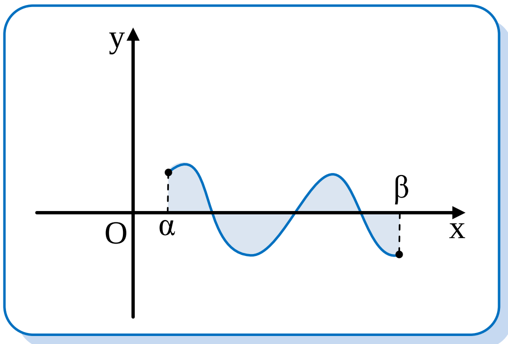
$$E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta} g(x)dx.$$ Σ Λ

23. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι συνεχείς σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$, το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τις C_f, C_g και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$ είναι

$$E(\Omega)=\int_{\alpha}^{\beta}\left(|f(x)|-|g(x)|\right)dx.$$ Σ Λ

24. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$ το $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο με το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=\alpha$, $x=\beta$. Σ Λ

25. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f η οποία είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$.



Το $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των γραμμοσκιασμένων χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των γραμμοσκιασμένων χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$. Σ Λ

numerica.

A . L i a p i s